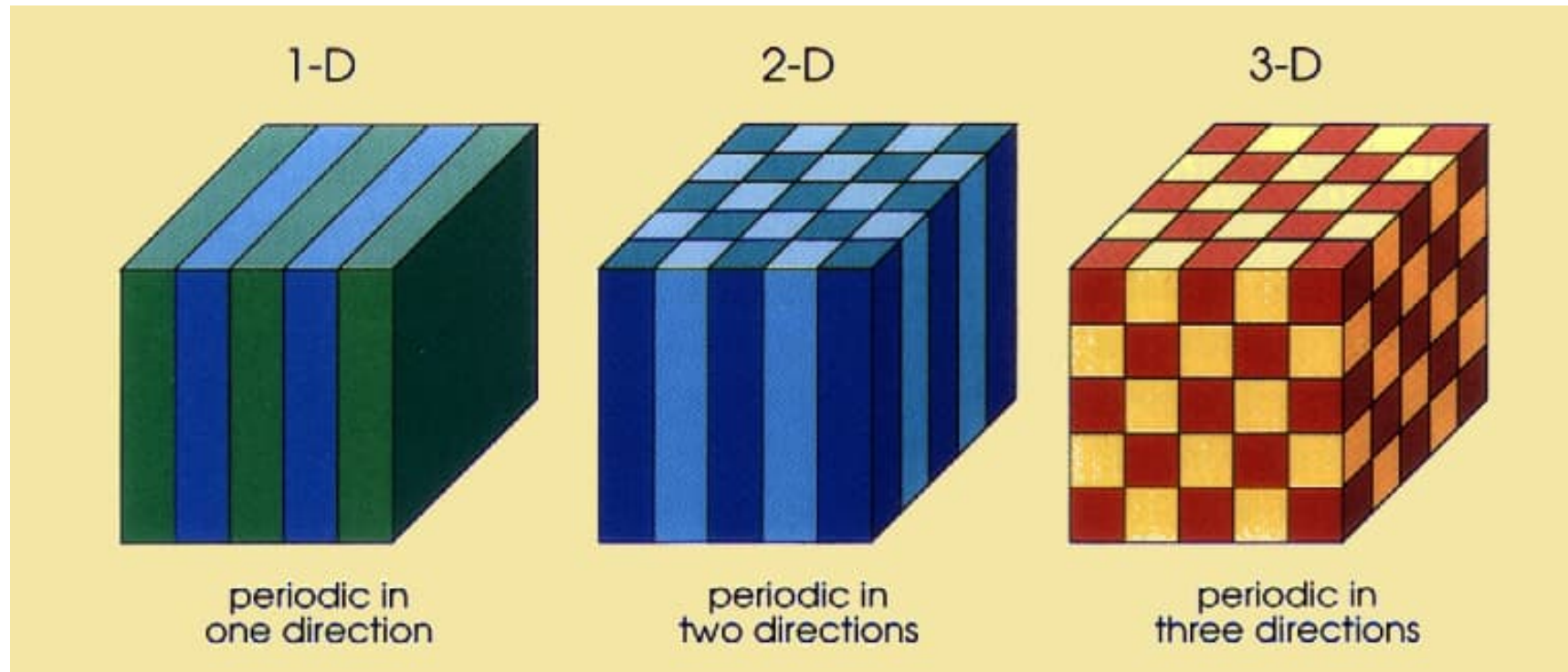


Fotonické krystaly

a integrovaná fotonika

Fotonické krystaly

1D, 2D nebo 3D periodické struktury s velkým kontrastem permitivity



E. Yablonovitch: „Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics“, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2059–2062, 1987

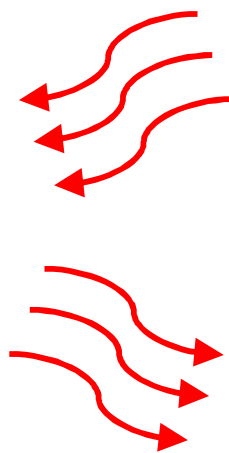
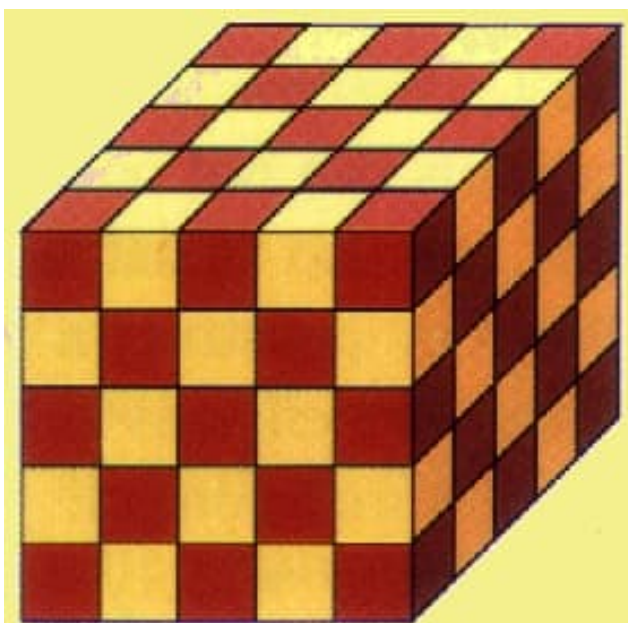
J. D. Joannopoulos *et al.*: *Photonic Crystals: molding the flow of light*, Princeton University Press 1995

S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos: *Photonic Crystals, The road from theory to practice*, Kluwer Academic Publishers 2003

J.-M. Lourtioz *et al.*: *Photonic Crystals : Towards Nanoscale Photonic Devices*, Springer 2005

Fotony se v periodickém dielektrickém prostředí pohybují „podobně“ jako elektrony v periodickém potenciálovém poli

Za jistých podmínek existuje **zakázaný pás energií fotonů**. Fotony s energií uvnitř zakázaného pásu se v periodickém prostředí nemohou šířit, záření se tudíž **totálně odráží zpět**



Z pohledu vlnové optiky jde o braggovský odraz vlny od periodického prostředí. Totální odraz je možno využít k vytvoření optických vlnovodů ve fotonických krystalech

Vytvořit trojrozměrné periodické prostředí je však technologicky obtížné.

“Pohybové rovnice” pro elektrony a fotony v krystalech

Schrödingerova rovnice pro elektron v periodickém potenciálu:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \Delta + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r})$$

$$V(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = V(\mathbf{r}) \quad \mathbf{K} \dots \text{vektor reciproké mří}$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_m u_{m,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{i(\mathbf{k} + m\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}}$$

periodický potenciál vlnová funkce energie fotonu (Floquetova)-Blochova vlna,
Aproximativní (jednočásticové) přiblížení

“Vlnová rovnice” pro fotony v periodické permitivitě

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H},$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E},$$

Není
hermitovský

~~$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{E},$$~~

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

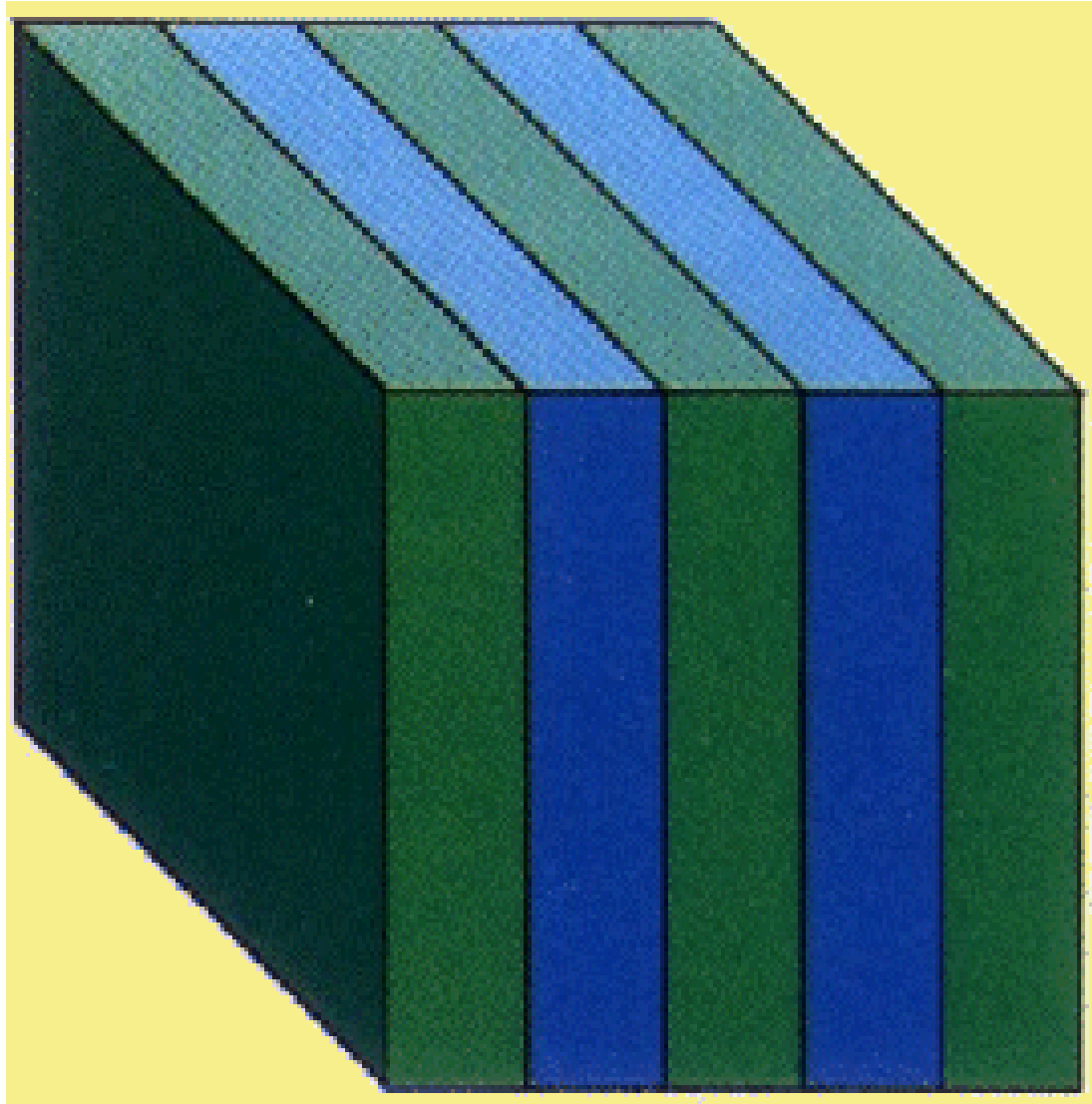
Je
hermitovský!

Rovnice pro vlastní hodnoty energie fotonů a F-B funkce

Přesná (“mnohočásticová”) teorie

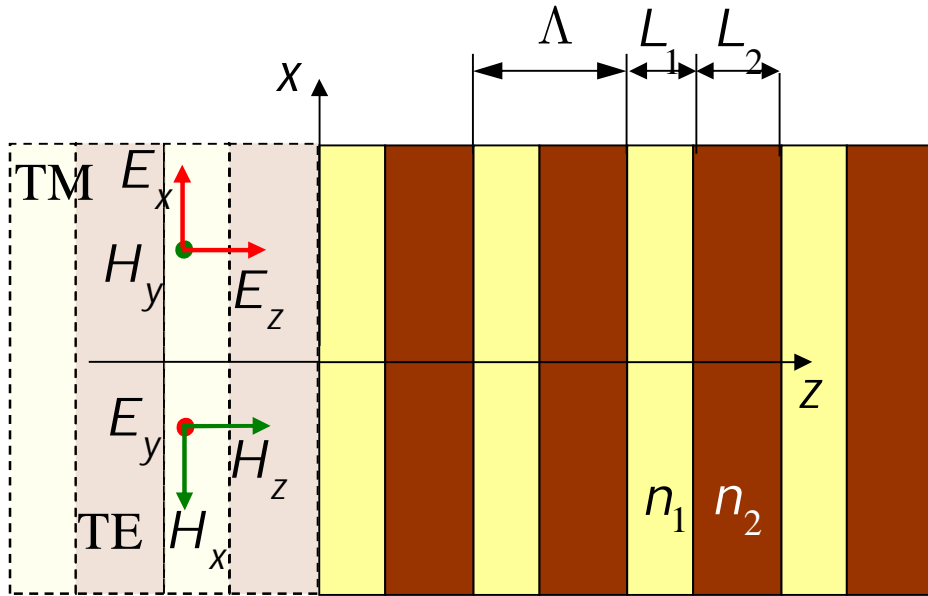
Tento přístup je jednoduchý a průzračný, ale standardně nebere v úvahu *disperzi permitivity* $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)$. Existují ale postupy umožňující disperzi respektovat.

Periodická vrstevnatá struktura jako jednorozměrný fotonický krystal



Jednorozměrný fotonický krystal

Existence zakázaného pásu odvozená metodou přenosové matice
(fotonická analogie Kronigova - Penneyova modelu krystalu)



Normalizace vln. vektorů: $k_0 = 2\pi / \lambda$

$$k_l = k_0 \left(\rho x^0 + N_l z^0 \right), \quad l = 1, 2$$

$$\rho^2 + N_l^2 = \varepsilon_l = \begin{cases} n_1^2 \\ n_2^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \rho - \text{příčná konst.} \\ \text{šíření } \textit{stejná} \\ \text{v obou prostředích} \end{array}$$

norm. konst. šíření

$$\begin{pmatrix} E_y(x_l + L_l) \\ H_x(x_l + L_l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_l & -i \frac{Z_0}{\rho_l} \sin \varphi_l \\ -i Y_0 \rho_l \sin \varphi_l & \cos \varphi_l \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_y(x_l) \\ H_z(x_l) \end{pmatrix} = A_l^{TE} \cdot \begin{pmatrix} E_y(x_l) \\ H_z(x_l) \end{pmatrix}$$

$$\varphi_l = k_0 N_l L_l$$

$$\begin{pmatrix} H_y(x_l + L_l) \\ E_x(x_l + L_l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_l & i Y_0 \frac{n^2}{\rho_l} \sin \varphi_l \\ i Z_0 \frac{\rho_l}{n^2} \sin \varphi_l & \cos \varphi_l \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_y(x_l) \\ E_z(x_l) \end{pmatrix} = A_l^{TM} \cdot \begin{pmatrix} H_y(x_l) \\ E_z(x_l) \end{pmatrix}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

$$Y_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vidy

Průchod l -tou vrstvou je popsán přenosovou maticí A_l ,
přenosová matice jedné celé periody je ${}^{\Lambda}A = A_2 \cdot A_1$. Je třeba rozlišovat TE a TM vidy.

Floquetův-Blochův „vid“ (vlna) je definován pomocí vlastní funkce matice ${}^{\Lambda}A$,

$${}^{\Lambda}A \cdot \begin{pmatrix} E^F_{y1} \\ H^F_{x1} \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} E^F_{y1} \\ H^F_{x1} \end{pmatrix}, \quad s = \exp(i\varphi^F), \quad \varphi^F = k^F \Lambda, \quad \text{resp.}$$

k^F je konstanta šíření F-B vidu.

$${}^{\Lambda}A \cdot \begin{pmatrix} H^F_{y1} \\ E^F_{x1} \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} H^F_{y1} \\ E^F_{x1} \end{pmatrix},$$

k^F je určen až na aditivní konstantu $K = 2\pi / \Lambda$: $\exp(ik^F \Lambda) = \exp[i(k^F + K)\Lambda]$

Proto stačí určit k^F v intervalu $-K/2 < k^F \leq K/2 \Rightarrow$ první Brillouinova zóna.

Vlastní hodnoty a fotonický zakázaný pás

Označme $\Lambda = L_1 + L_2$, $\varphi_1 = k_0 N_1 L_1$, $\varphi_2 = k_0 N_2 L_2$,

matice ${}^\Lambda \mathbf{A}$ má pak vlastní čísla

$$s = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \pm \sqrt{\left[\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right]^2 - 1}.$$

FB vid se „šíří“, jen pokud $|s| = 1$, t.j., pokud

$$\left| \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right| \leq 1.$$

Normovaná konstanta šíření je pak

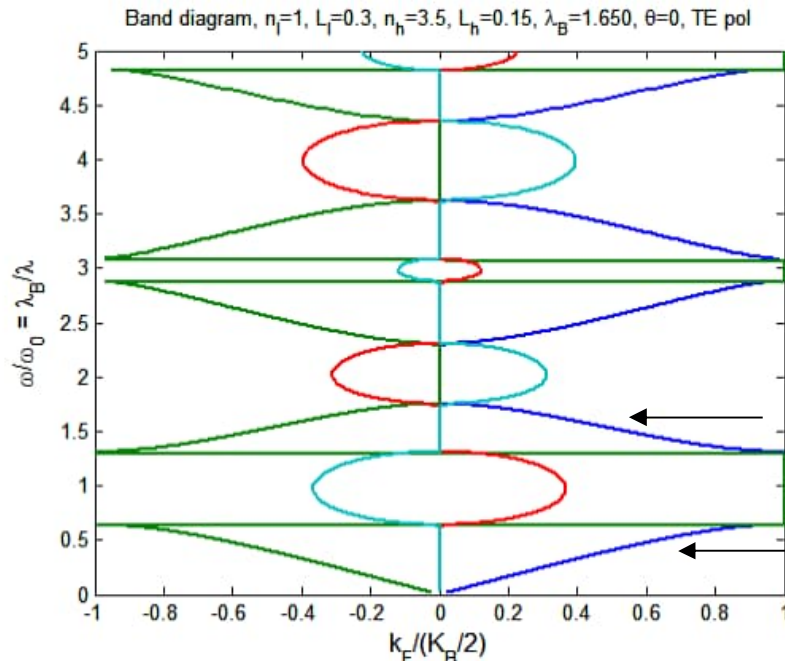
$$k^{F'} = \frac{k^F}{K/2} = \frac{1}{\pi} \arccos \left[\cos \left(\frac{\omega}{c} N_1 L_1 \right) \cos \left(\frac{\omega}{c} N_2 L_2 \right) - \frac{1}{2} \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \left(\frac{\omega}{c} N_1 L_1 \right) \sin \left(\frac{\omega}{c} N_2 L_2 \right) \right].$$

$$\text{Pokud } \left| \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right| > 1,$$

k^F je komplexní, a vlna se nemůže šířit podél nekonečně dlouhého krystalu.
Tak vzniká **fotonický zakázaný pás**.

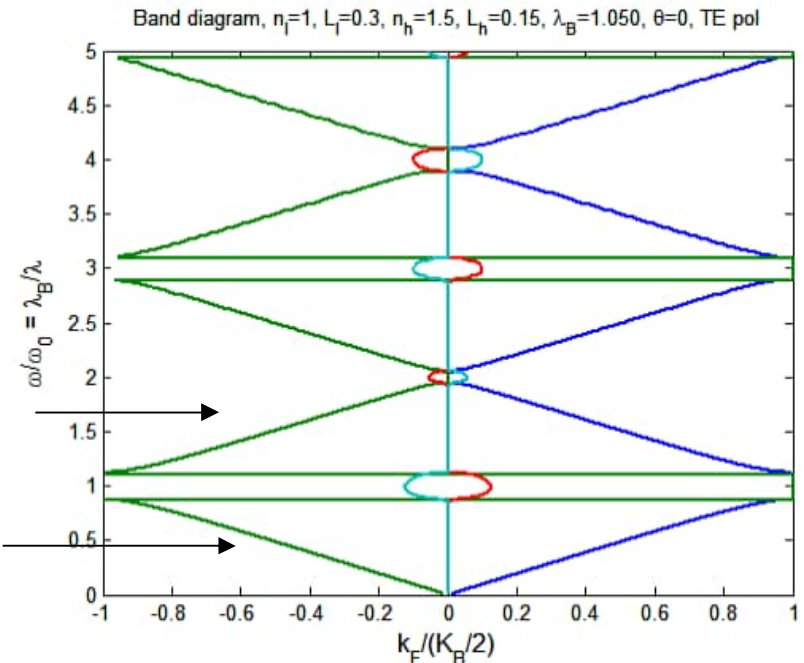
Pásová struktura jednorozměrného krystalu

$n_1 = 1$
 $n_2 = 3.5$
 $\theta = 0^\circ$

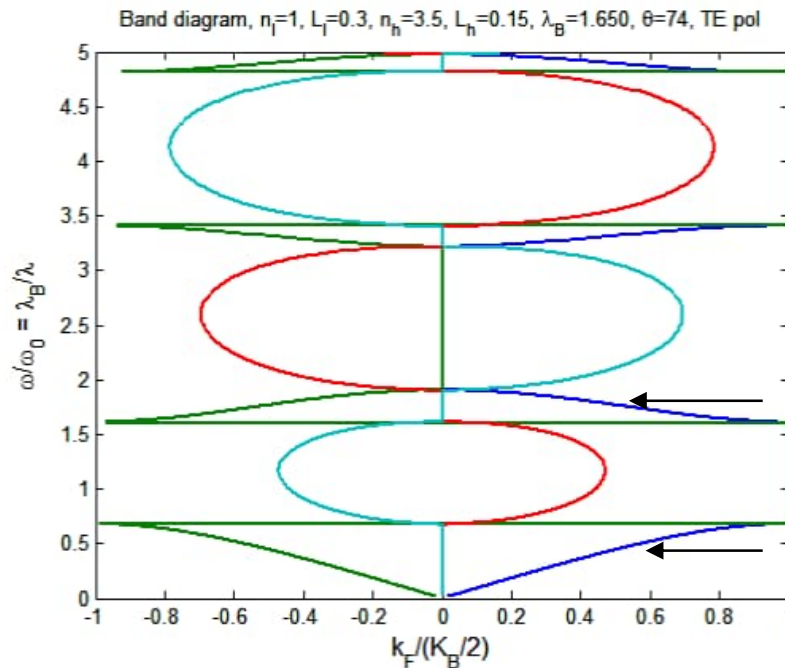


$n_1 = 1$
 $n_2 = 1.5$
 $\theta = 0^\circ$

"vodivostní"
 pás
 "valenční"

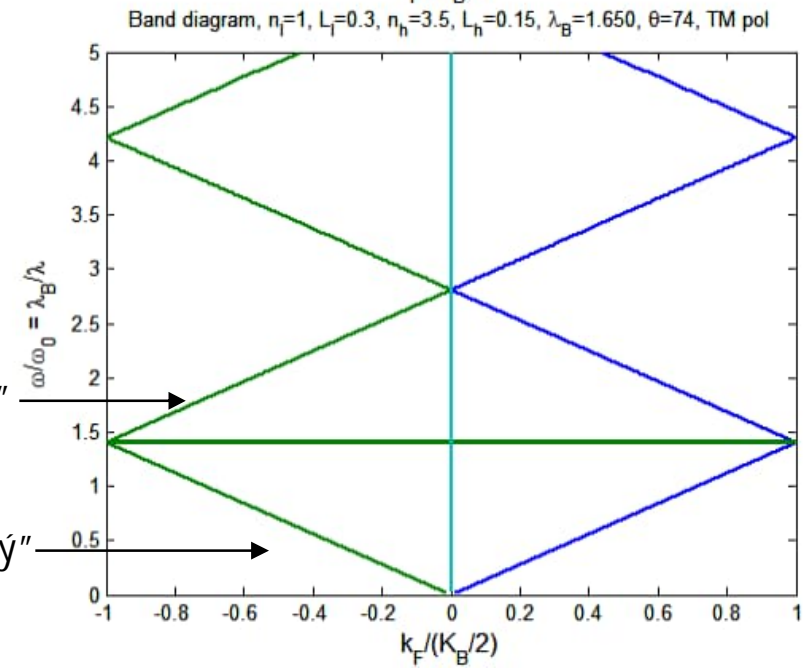


TE
 $\theta = 74^\circ$



TM
 $\theta = 74^\circ$

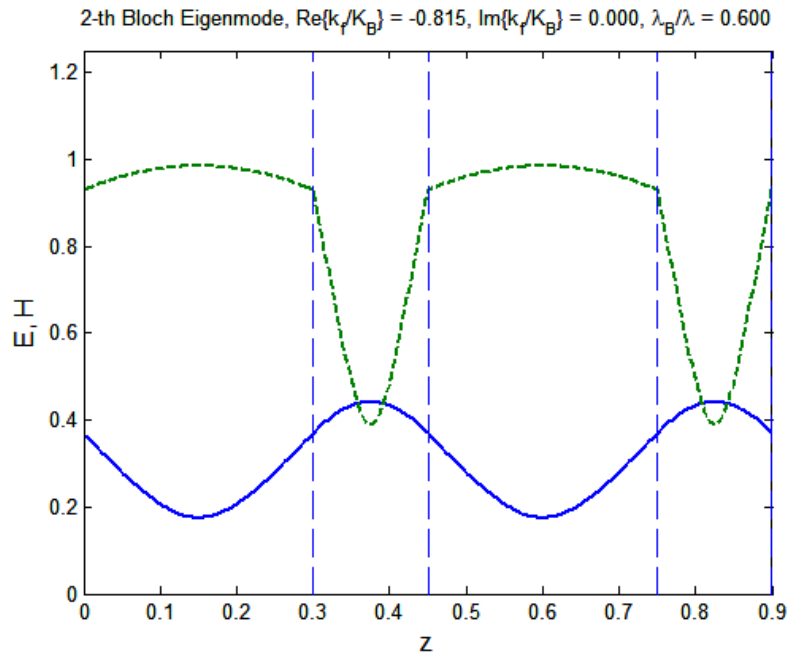
"vzduchový"
 pás
 "dielektrický"



Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vlny

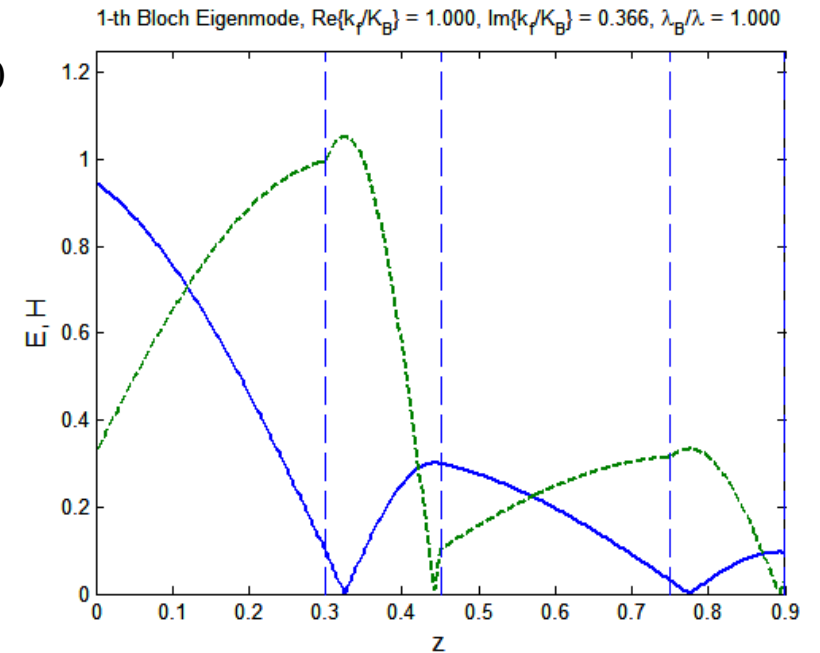
$n_1 = 1$
 $n_2 = 3.5$
 $\lambda_B / \lambda = 0.6$

“dielektr.”
pás



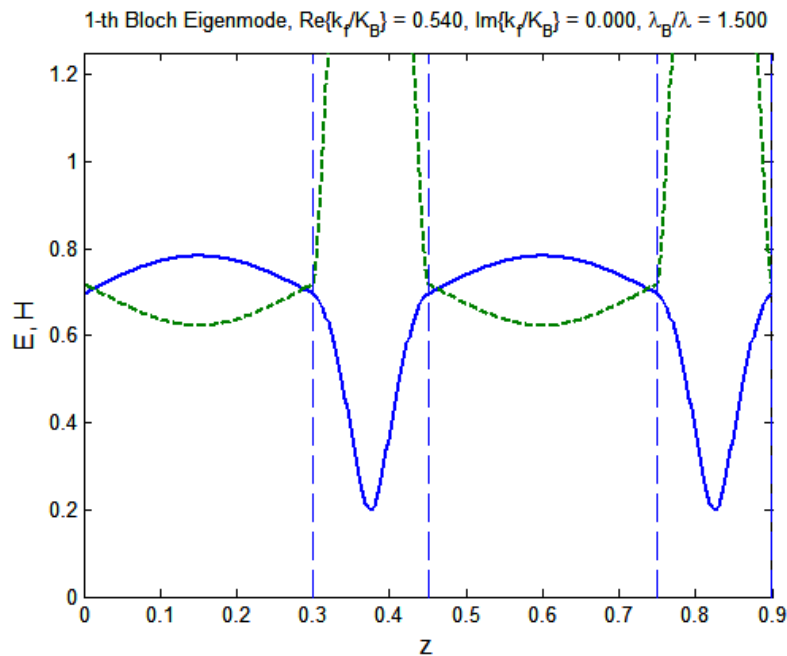
$\lambda_B / \lambda = 1.0$

uvnitř
zakázaného
pásu



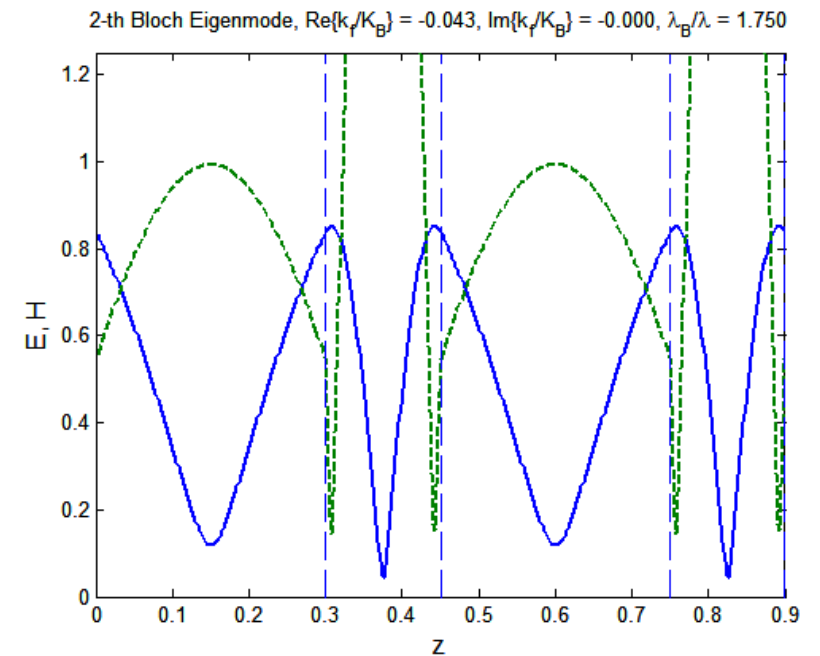
$\lambda_B / \lambda = 1.5$

“vzduch.”
pás



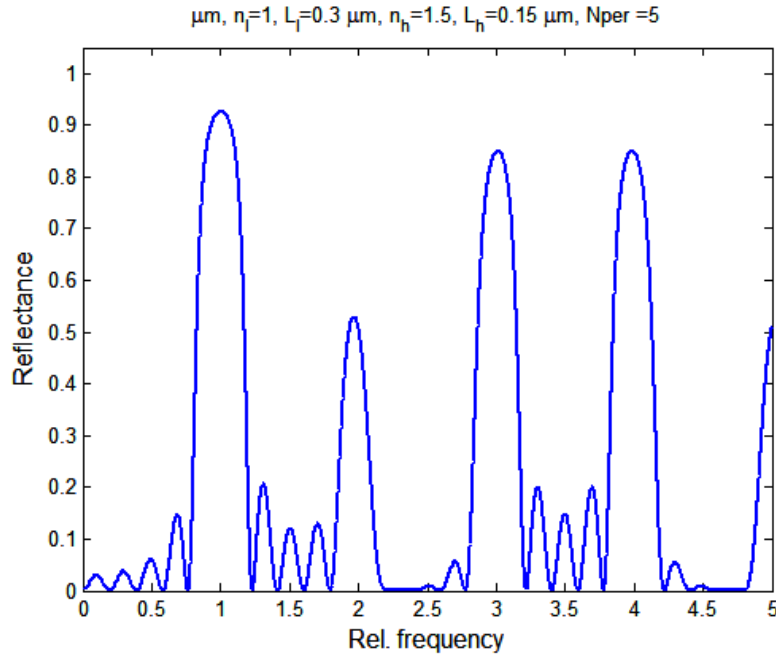
$\lambda_B / \lambda = 1.75$

blízko okraje
Brillouinovy
zóny

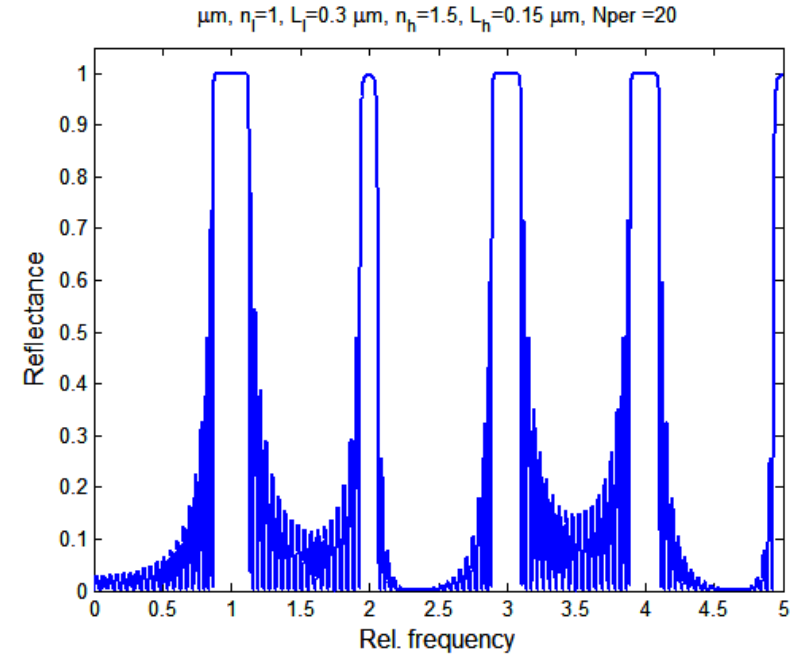


Spektrální reflektance

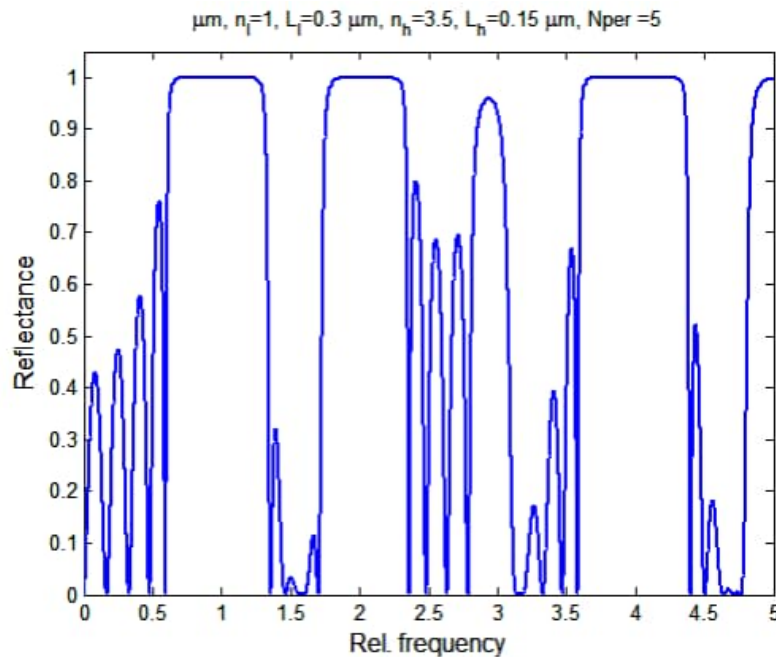
$n_1 = 1$
 $n_2 = 1.5$
 $n_{per} = 5$
 nízký
 kontrast,
 málo
 period



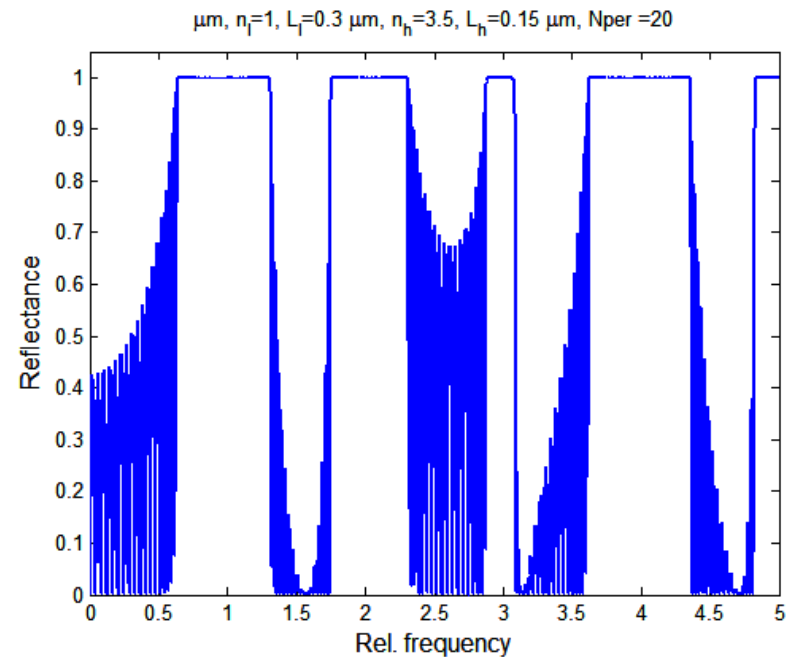
$n_1 = 1$
 $n_2 = 1.5$
 $n_{per} = 20$
 nízký
 kontrast,
 víc
 period



$n_1 = 1$
 $n_2 = 3.5$
 $n_{per} = 5$
 velký
 kontrast,
 málo
 period

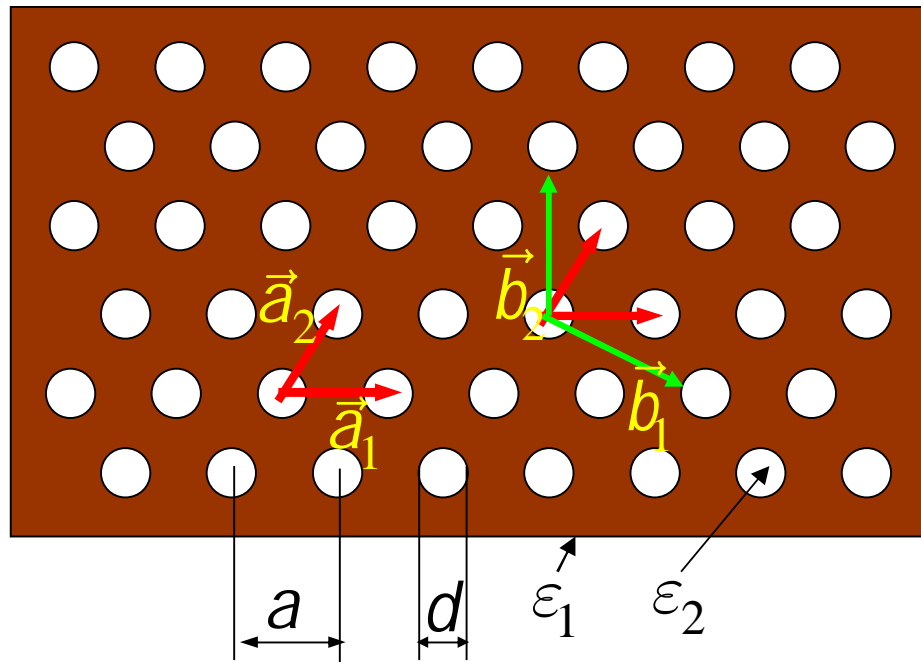


$n_1 = 1$
 $n_2 = 3.5$
 $n_{per} = 20$
 velký
 kontrast,
 více
 period



Fotonické krystaly odpovídají často spíše „nanokrystalům“

Dvojměrné „fotonické krystaly“



Periodické uspořádání otvorů;
Blochův – Floquetův teorém

$$\left. \begin{array}{l} E_z \\ H_z \end{array} \right\} = u_k(r_{\parallel}) e^{ik \cdot r_{\parallel}} e^{iG \cdot r_{\parallel}},$$

$$u_k(r_{\parallel}) = u_k(r_{\parallel} + a_1) = u_k(r_{\parallel} + a_2)$$

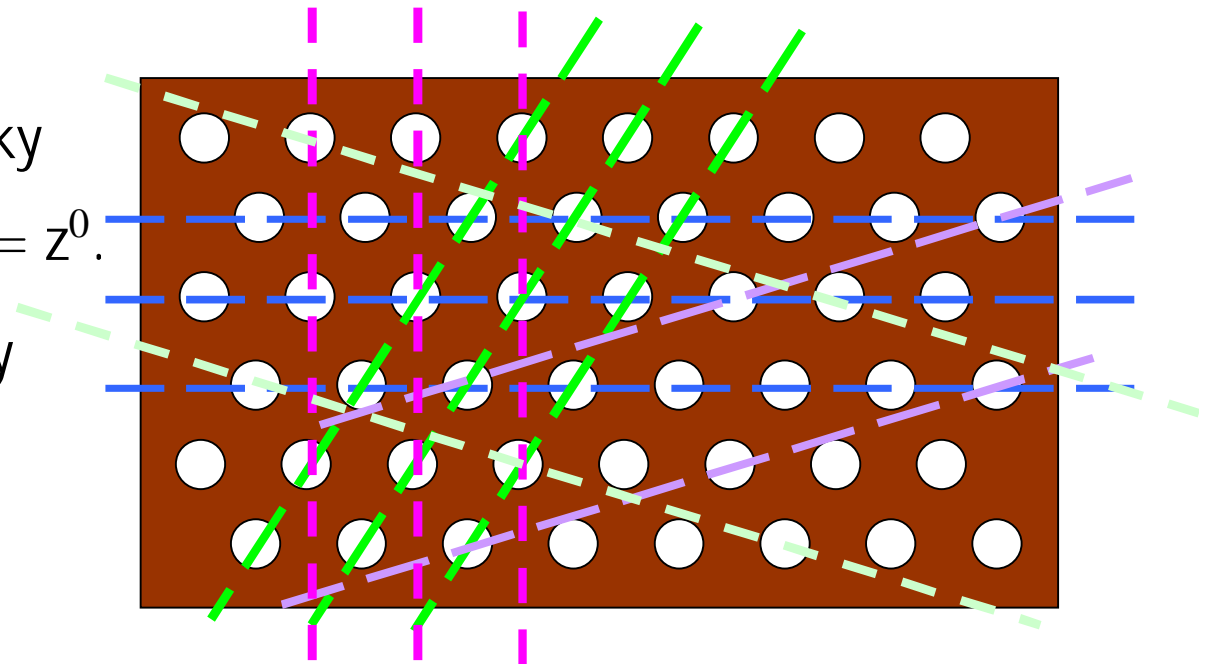
$$G = mb_1 + nb_2; m, n \text{ celé}$$

Elementární vektory prostorové mřížky

$$a_1 = (a, 0); a_2 = (a/2, \sqrt{3}a/2), a_3 = z^0.$$

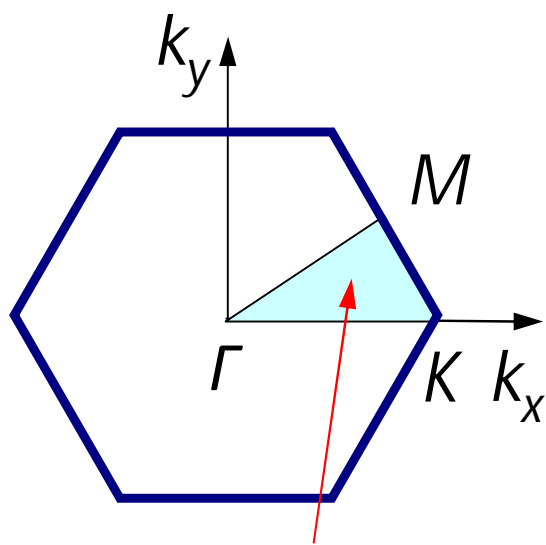
Elementární vektory reciproké mřížky

$$b_1 = \left(\frac{1}{a}, \frac{1}{a\sqrt{3}} \right), \quad b_2 = \left(0, \frac{2}{a\sqrt{3}} \right)$$

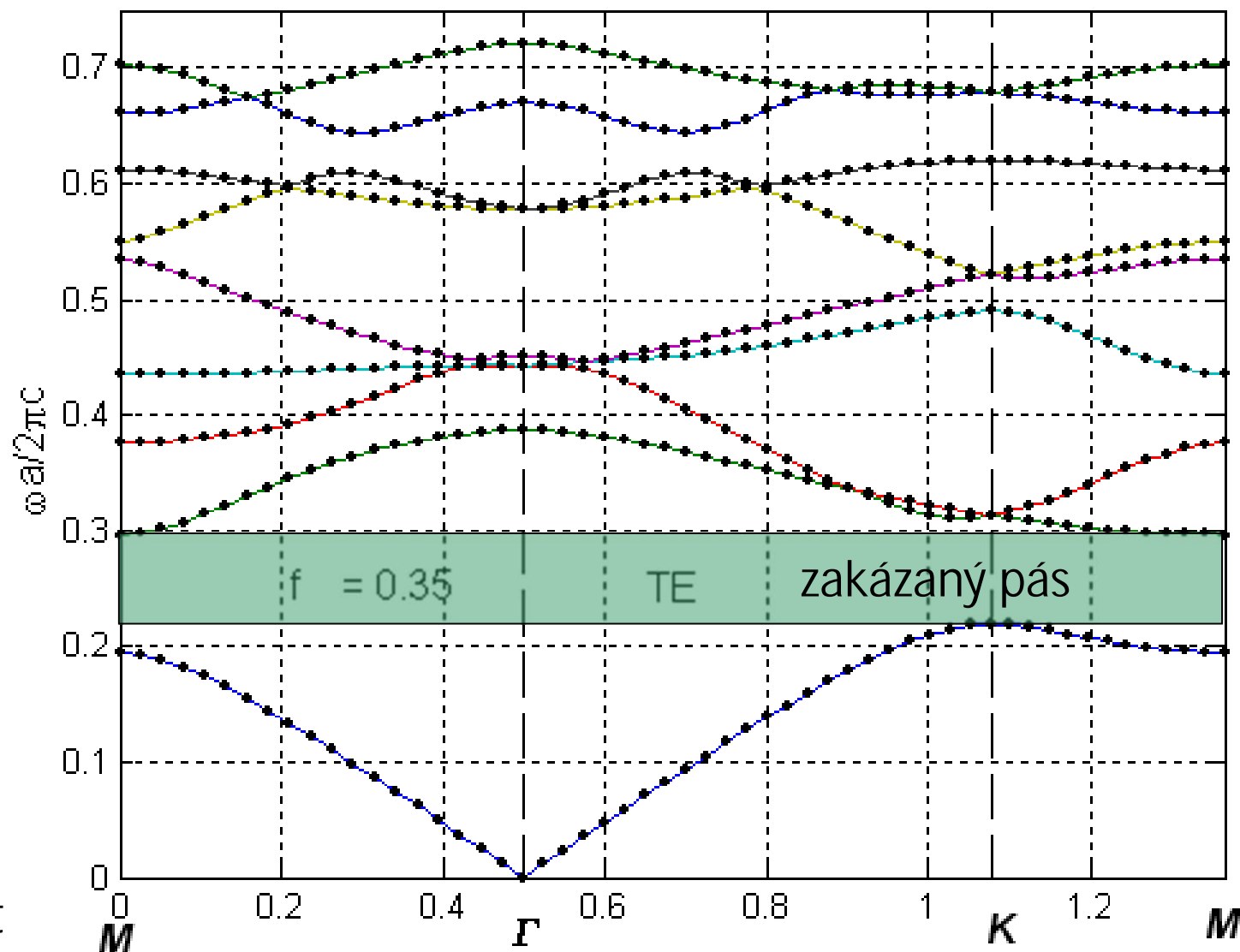


Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu s trojúhelníkovou mřížkou

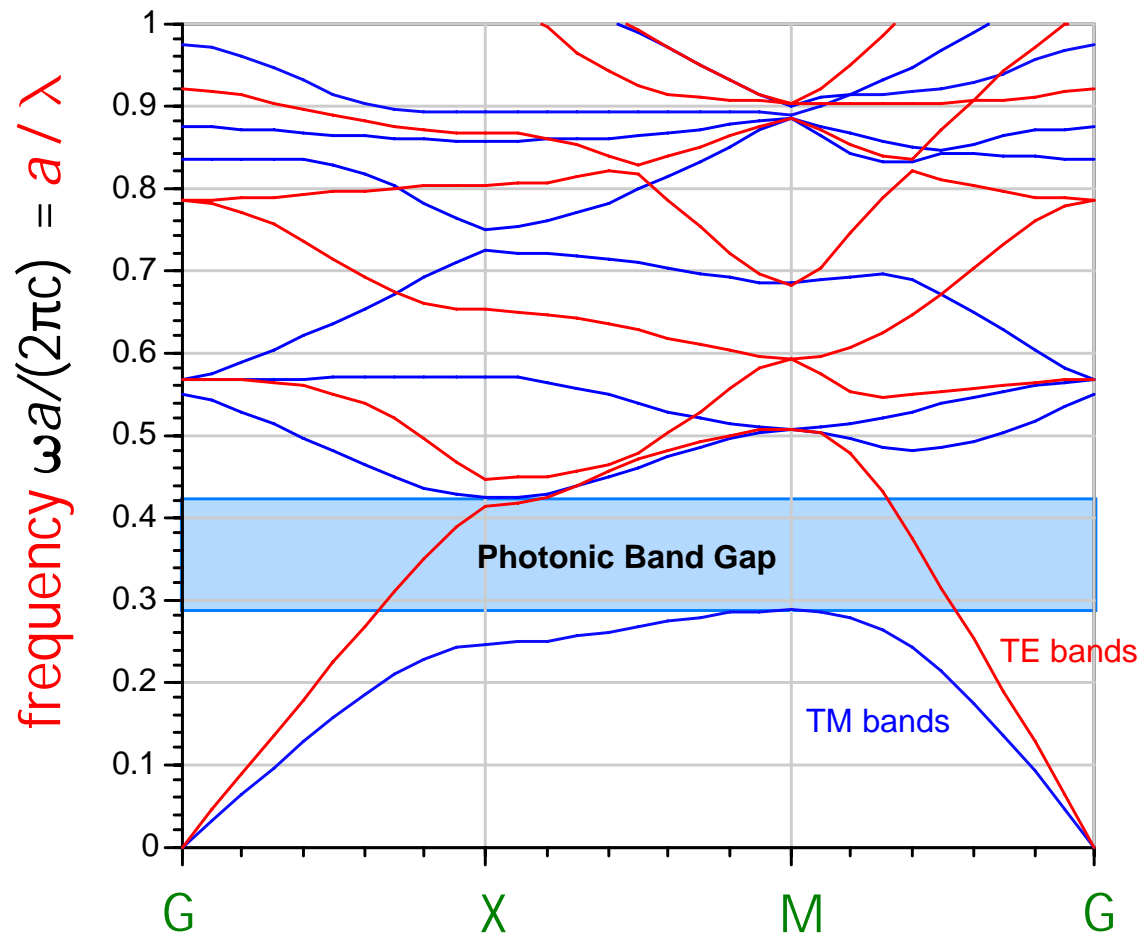
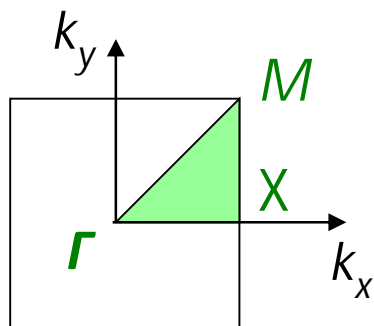
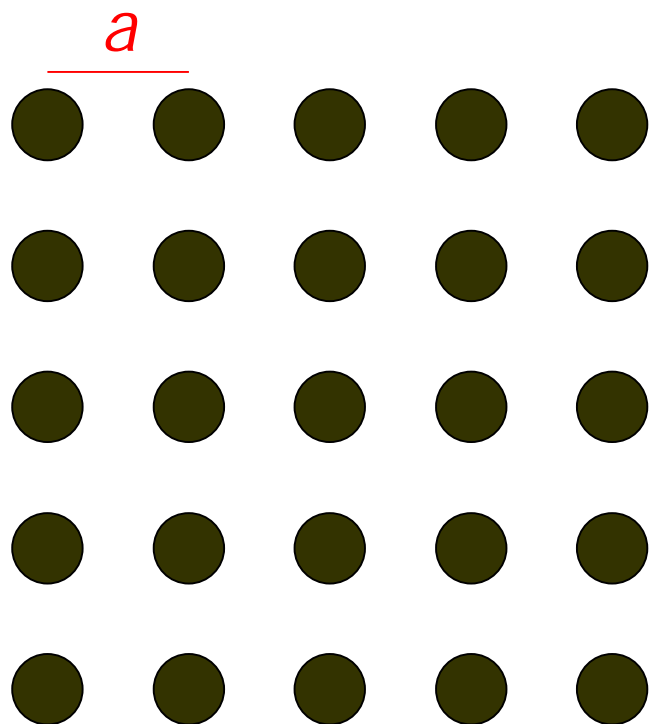
první
Brillouinova
zóna
v prostoru
vlnových vektorů



neredukovatelná část
Brillouinovy zóny



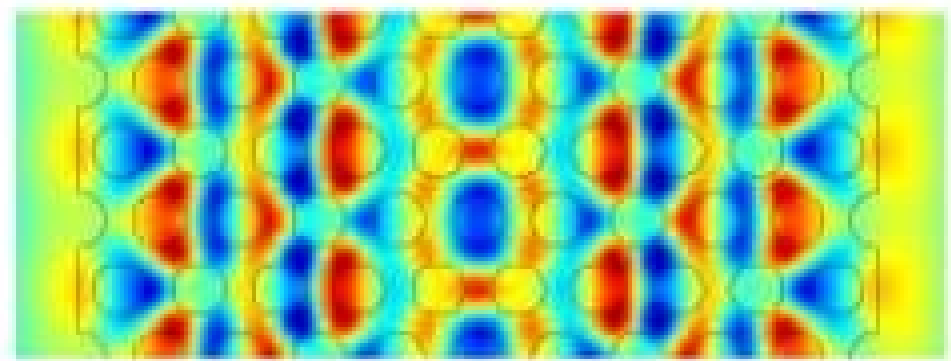
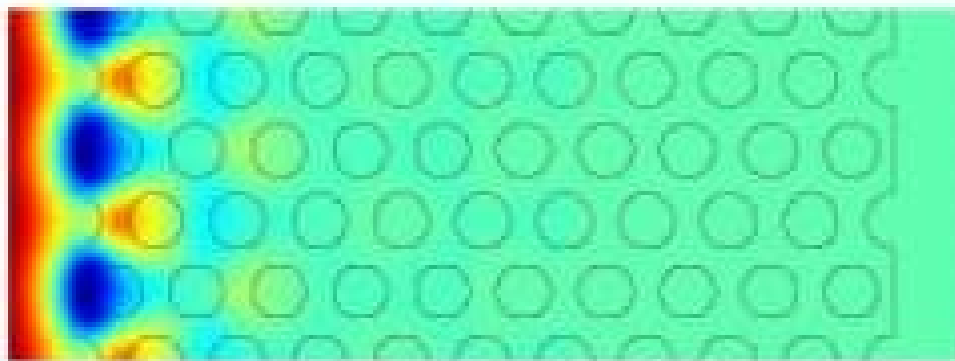
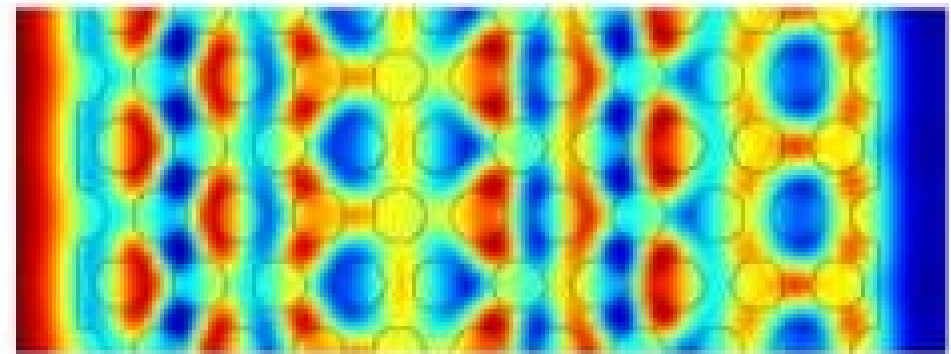
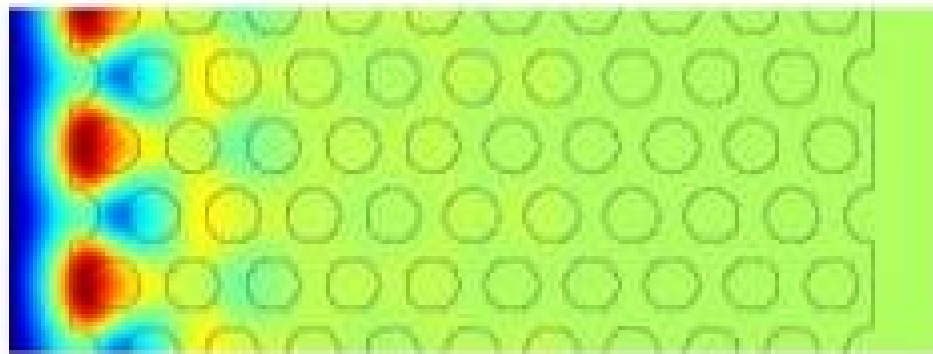
Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu se čtvercovou mřížkou



Odraz rovinné vlny od 2D fotonického krystalu s trojúhelníkovou mřížkou otvorů v InP

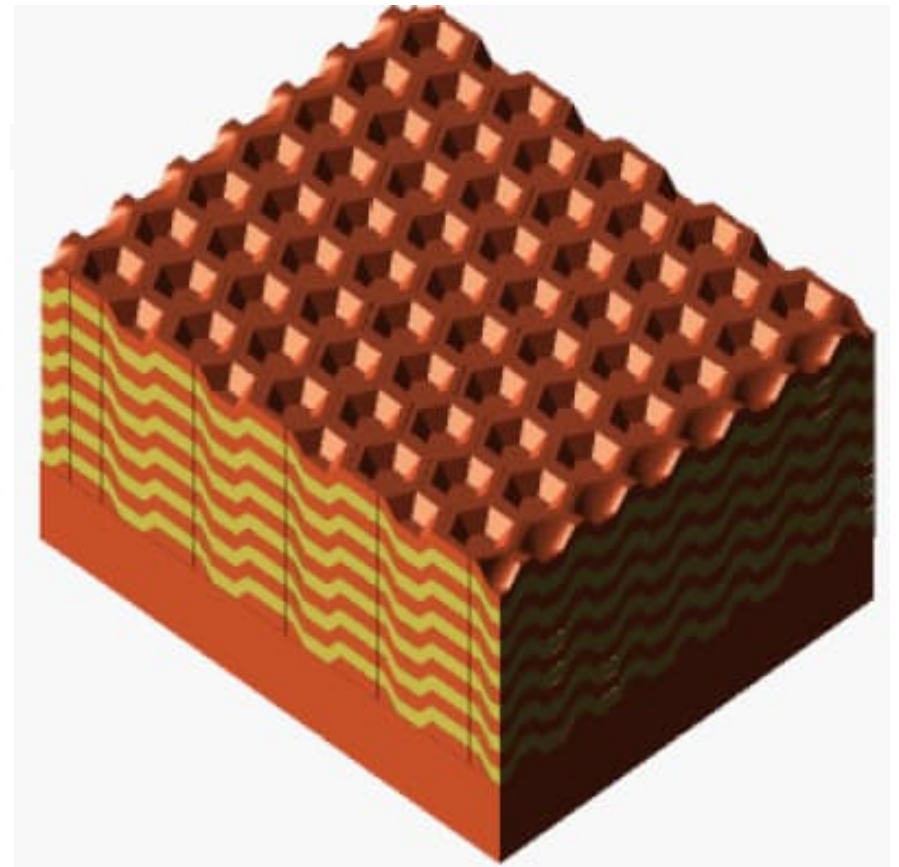
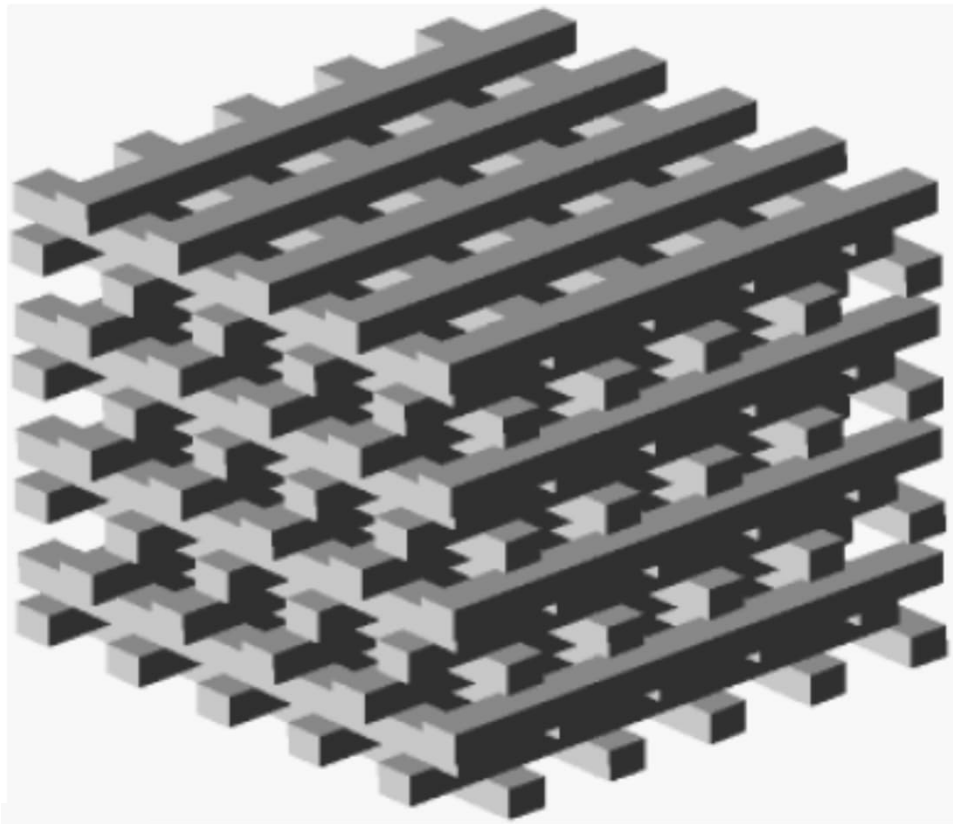
Uvnitř zakázaného pásu

Vně zakázaného pásu

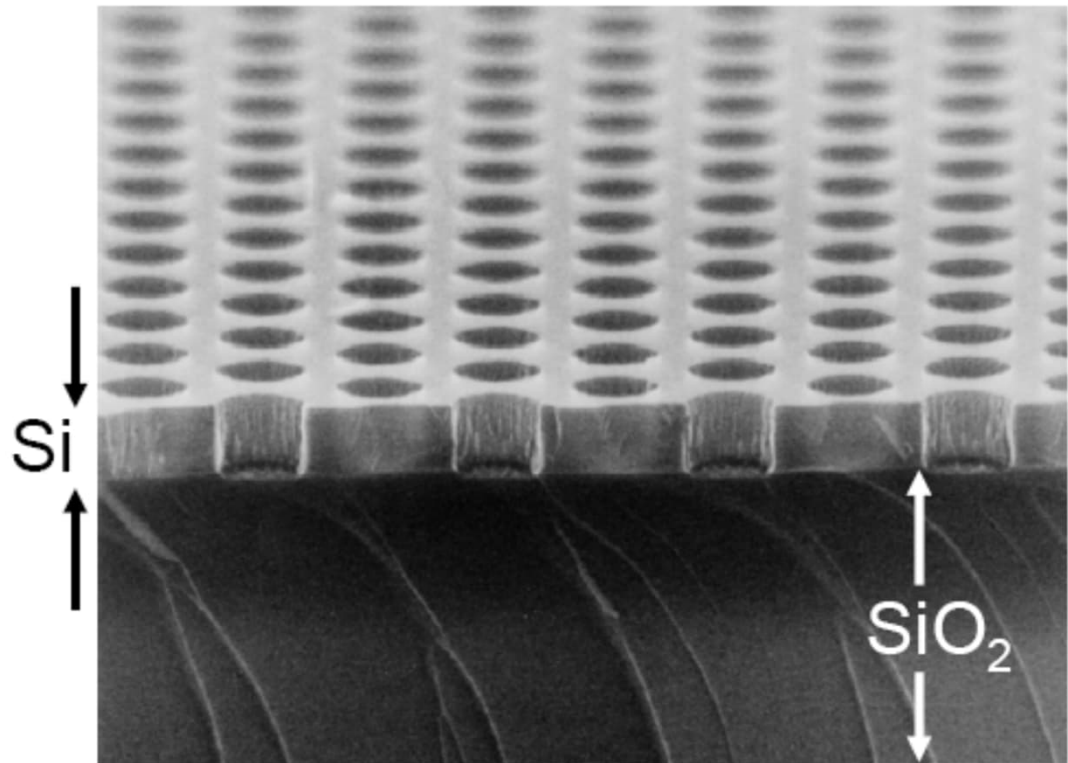
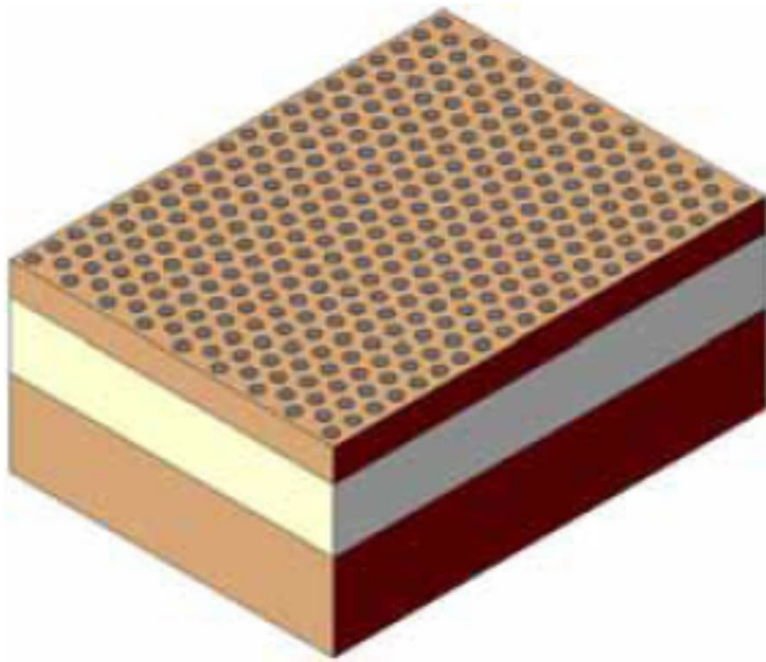


(Ing. Jiří Petráček, Dr., VUT Brno)

Trojrozměrné fotonické krystaly

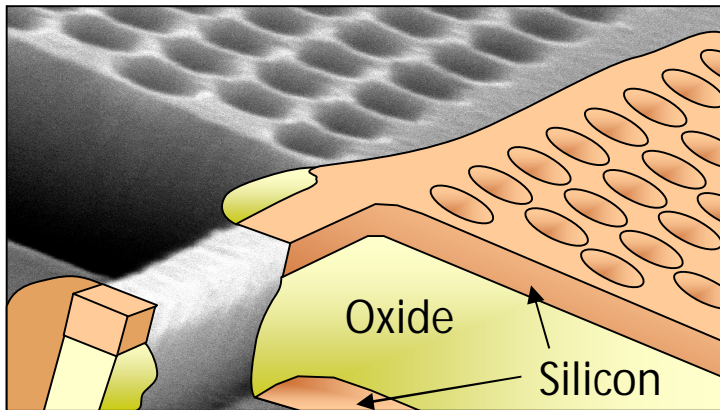


„2.5-dimenzionální“ fotonické krystaly

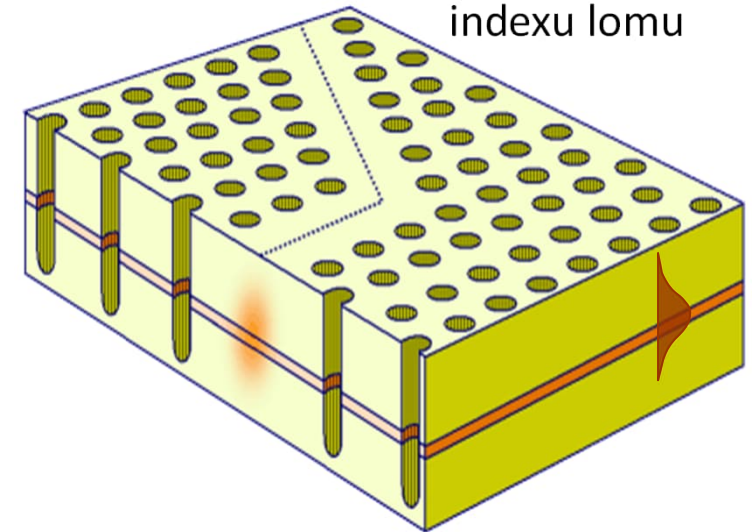


Fotonické krystaly a vlnovody

1. 2D fotonický krystal + vertikální vlnovod

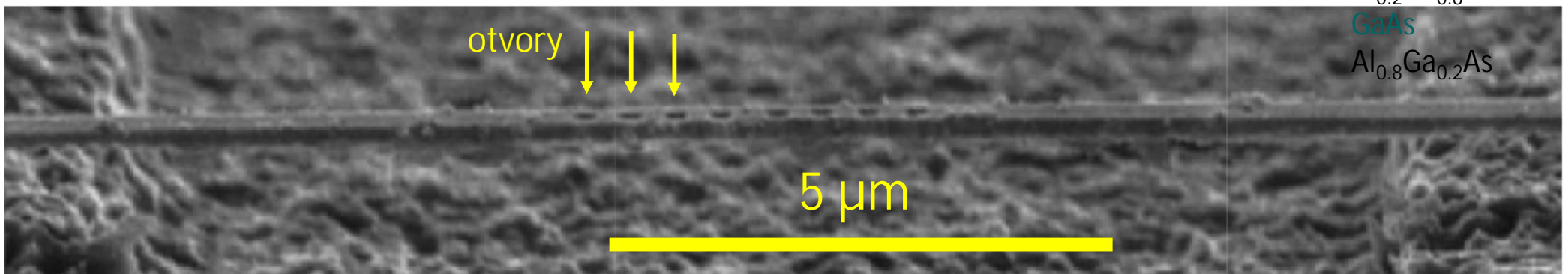


Vysoký
kontrast
indexu
lomu



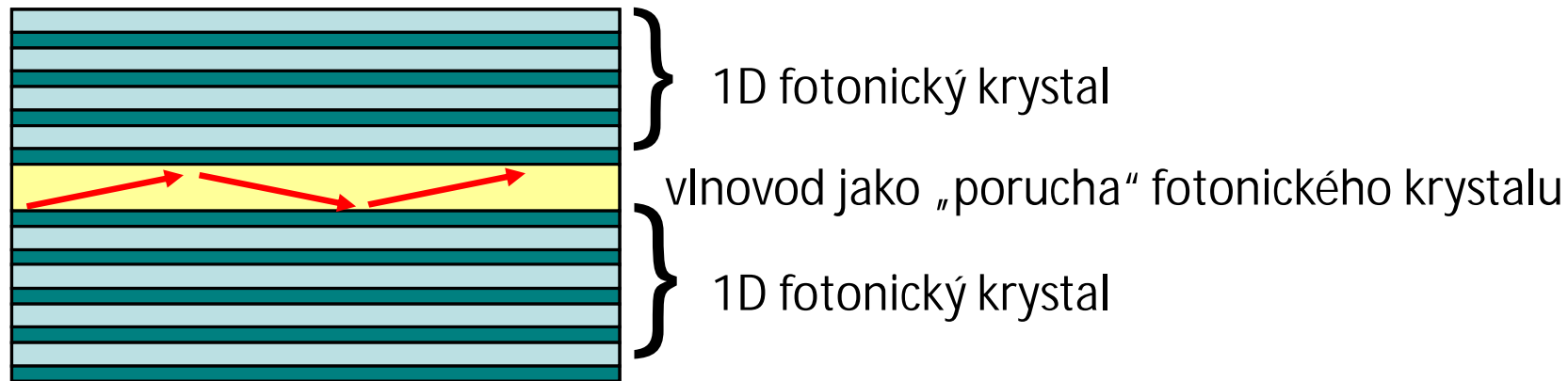
Nízký kontrast
indexu lomu

2. Čárový 2D dielektrický vlnovod s 1D „fotonickým krystalem“



Al_{0.2}Ga_{0.8}As
GaAs
Al_{0.8}Ga_{0.2}As

Vlnovody v 1D fotonickém krystalu



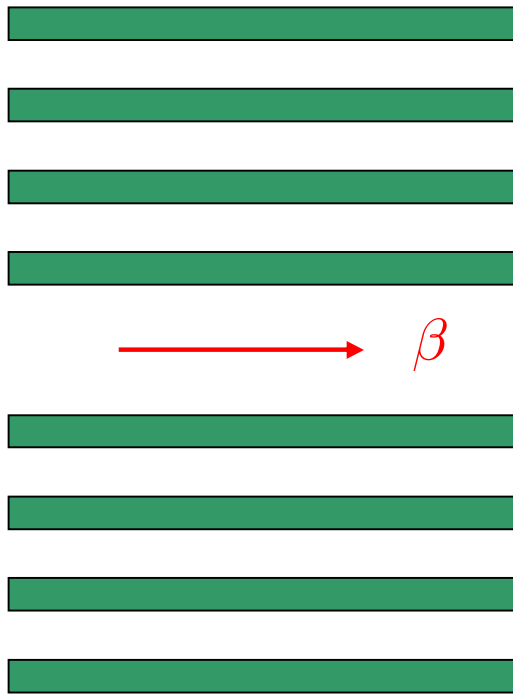
Princip znám od 80. let jako „braggovský vlnovod“
(antiresonant reflecting optical waveguide, *ARROW*)

Rozdíly ARROW vlnovodu vůči konvenčnímu vlnovodu:

1. pro příslušný úhel dopadu vlny **musí** existovat **zakázaný pás**
2. počet period musí být dostatečný, jinak vzniká **útlum vytékáním** („tunelováním“); v krystalu konečných rozměrů existují **pouze vytékající vidy** s komplexní konstantou šíření

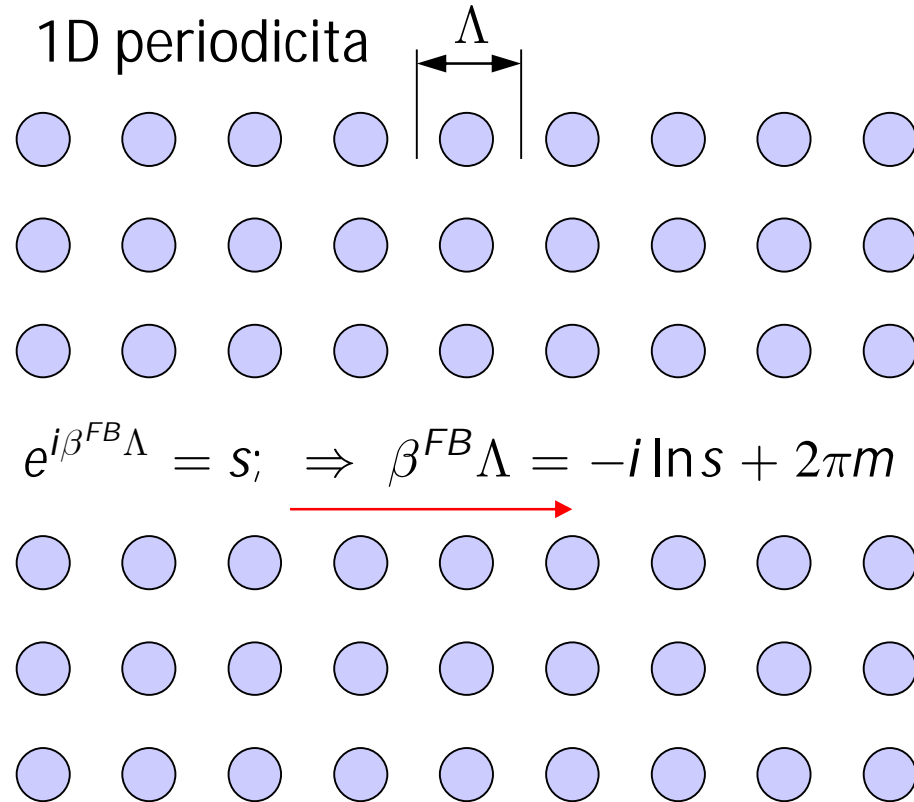
Vlnovod ve fotonickém krystalu

Braggovský vlnovod
(ARROW waveguide)



Anti-Reflecting Resonant
Optical Waveguide

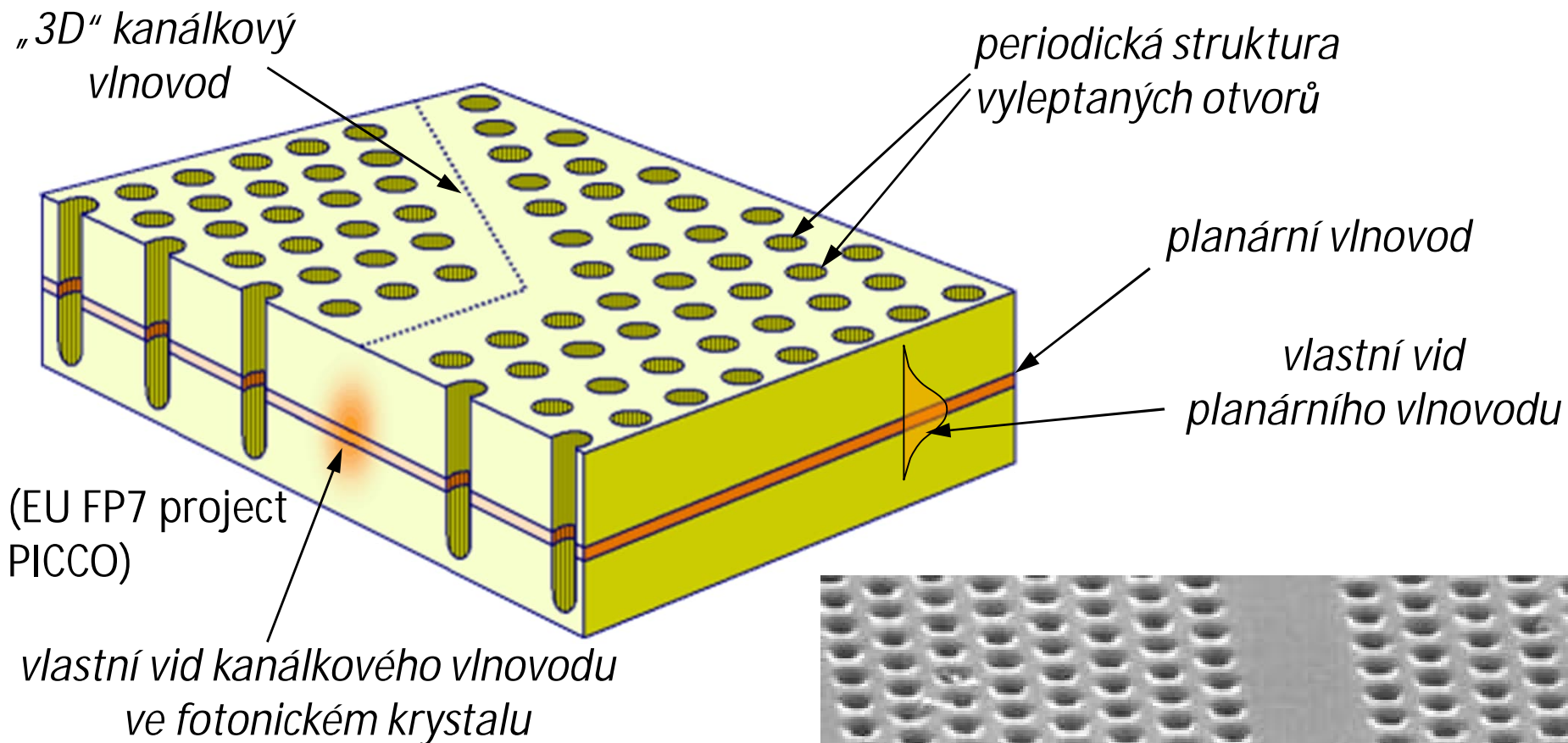
„Čárový defekt“ jako vlnovod
1D periodicitata



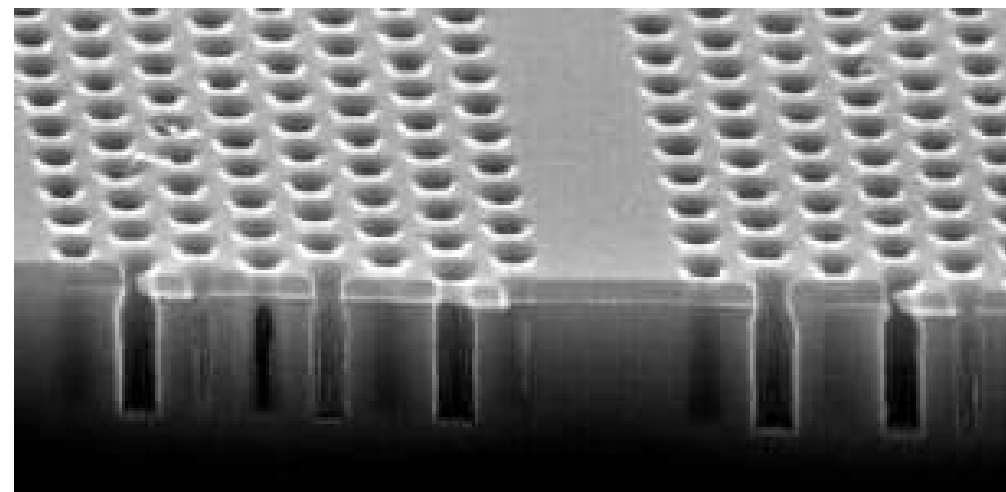
$$e^{i\beta^{FB}\Lambda} = s; \Rightarrow \beta^{FB}\Lambda = -i \ln s + 2\pi m$$

$\beta^{FB}\Lambda$... fázový posun při šíření
o jednu periodu

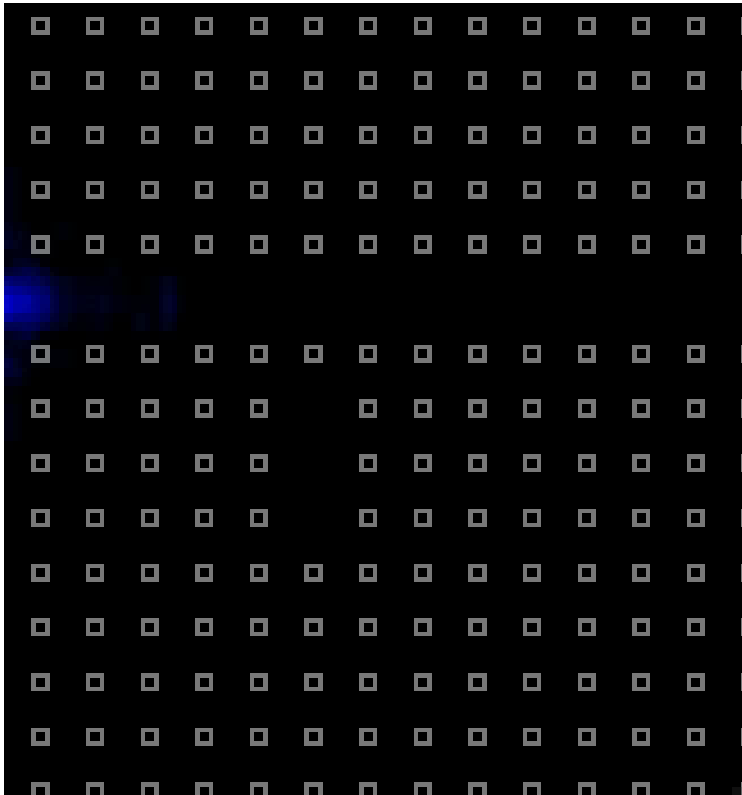
Realizace 2D fotonických krystalů: 2D krystal v planárním vlnovodu



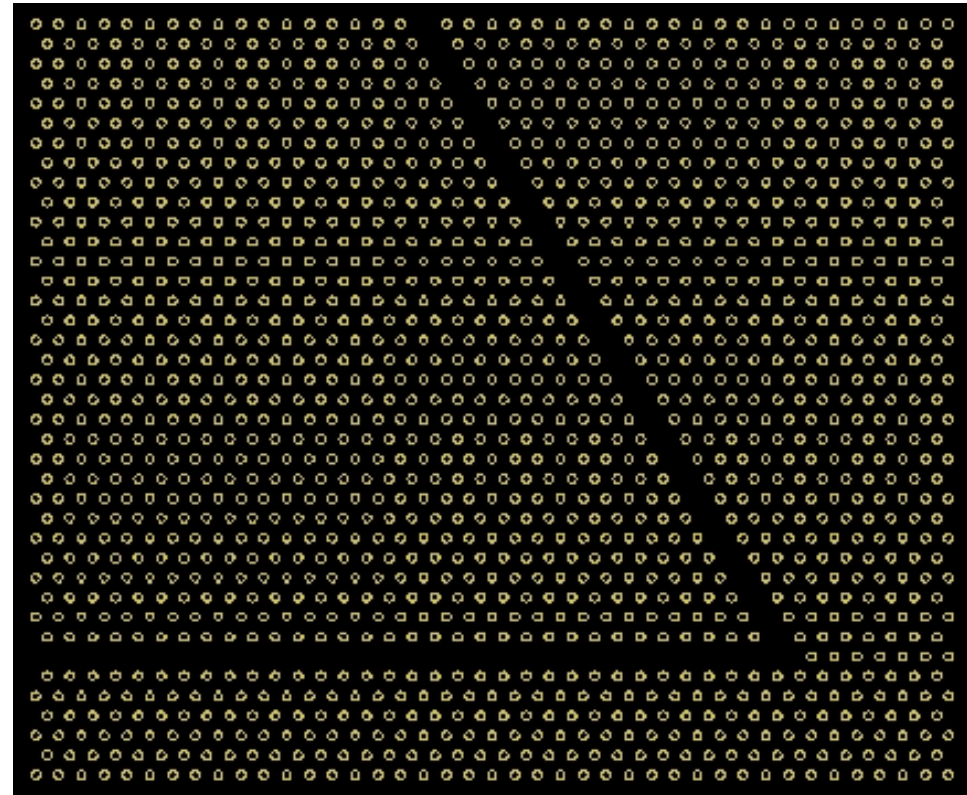
Zásadní problém:
ztráty vyzařováním
z roviny vlnovodu



Numerické modelování šíření vln ve fotonických krystalech



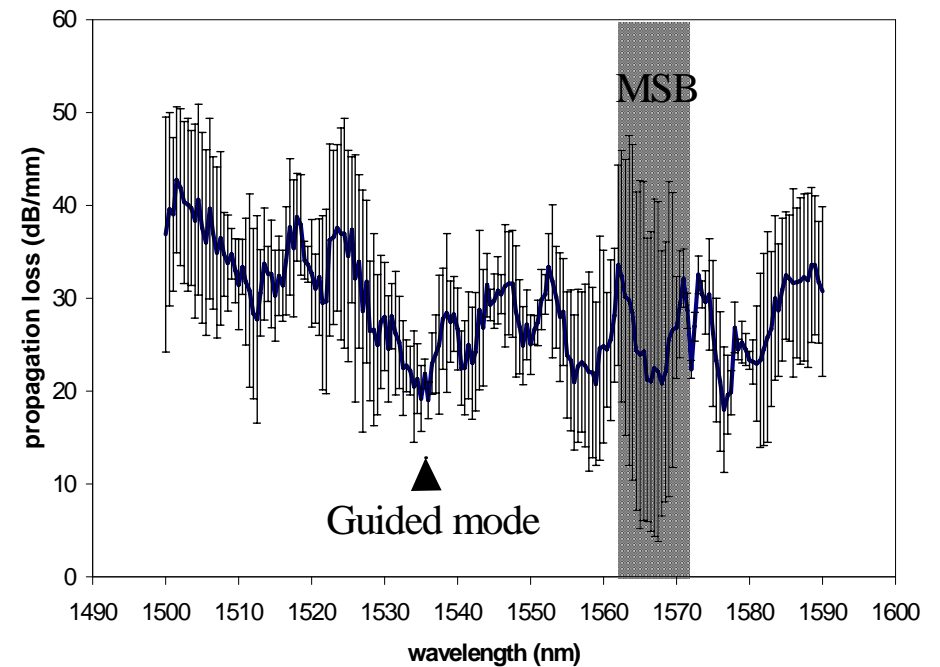
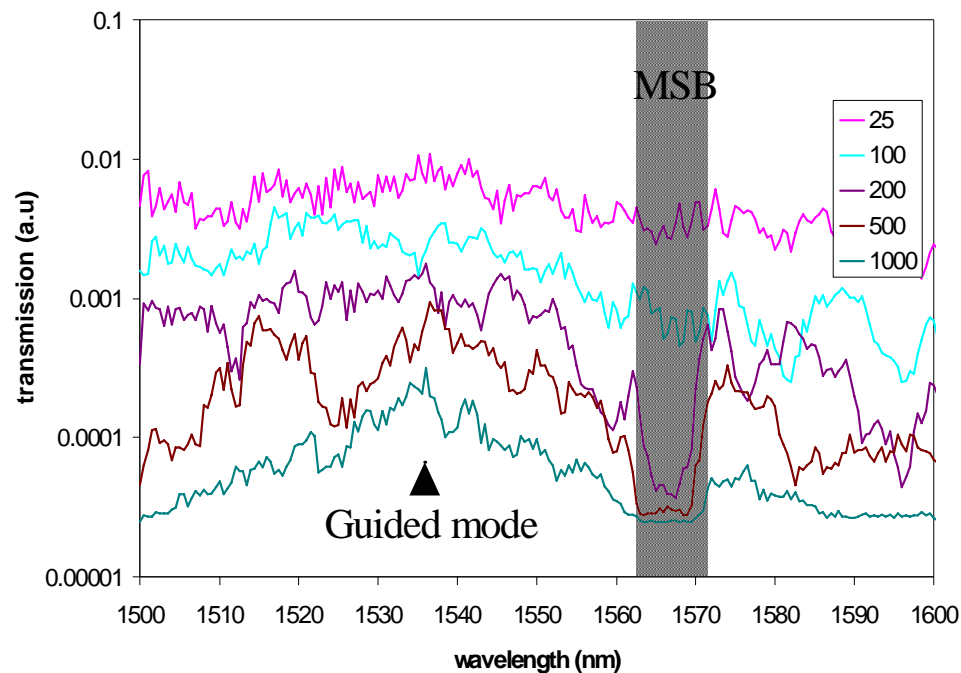
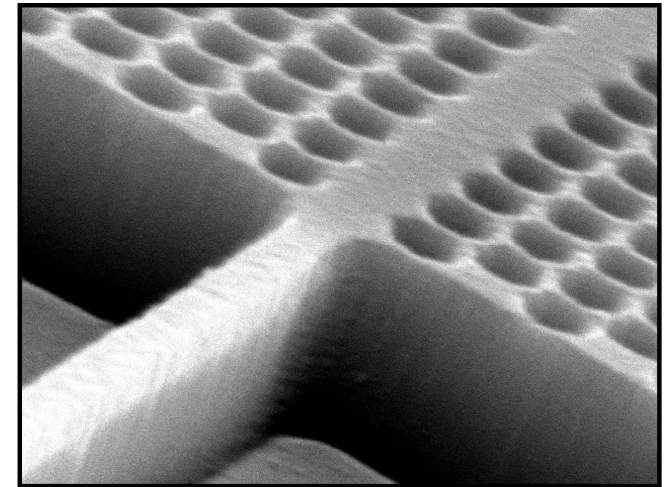
Buzení mikrodutiny
ve fotonickém krystalu
femtosekundovým impulsem
(FDTD, Uni Twente, NL)



Šíření femtosekundového impulzu
vlnovodným ohybem ve fotonickém
krystalu (F. Lederer et al.,
Friedrich-Schiller-Universität Jena, D)

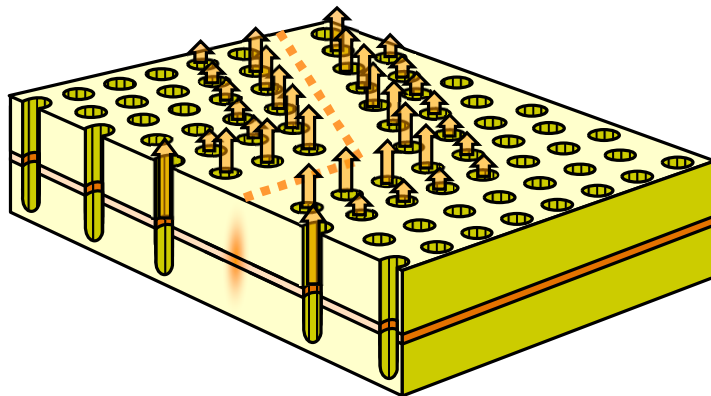
Vlnovody ve fotonických krystalech v SOI

- Příprava:
 - „hluboká“ UV litografie a leptání
- vlnovod W1
 - perioda 500nm, \varnothing 337nm
 - Mini-stop band
 - Nejnižší ztráty: 20 ± 3 dB/mm (lichý vid!)



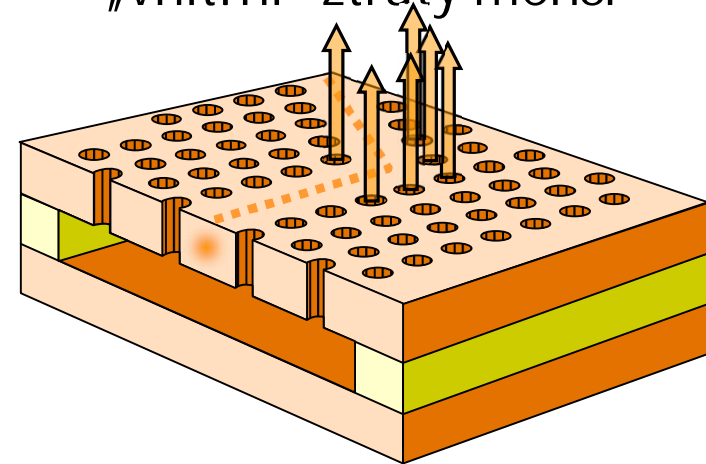
Ztráty vyzařováním z roviny krystalu

- Malý „vertikální“ kontrast indexu lomu
 - vnitřní ztráty větší

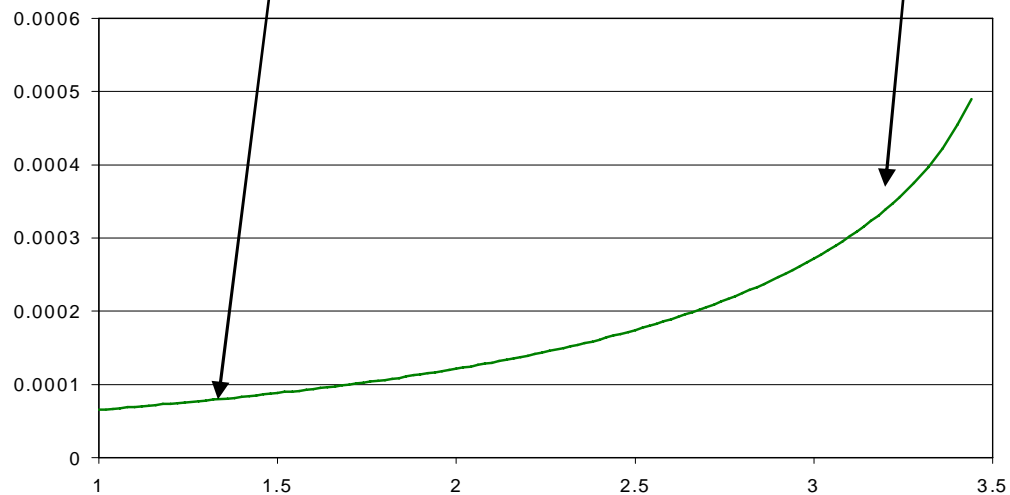


- ztráty vlivem drsnosti povrchu

- Vysoký „vertikální“ kontrast indexu lomu
 - „vnitřní“ ztráty menší

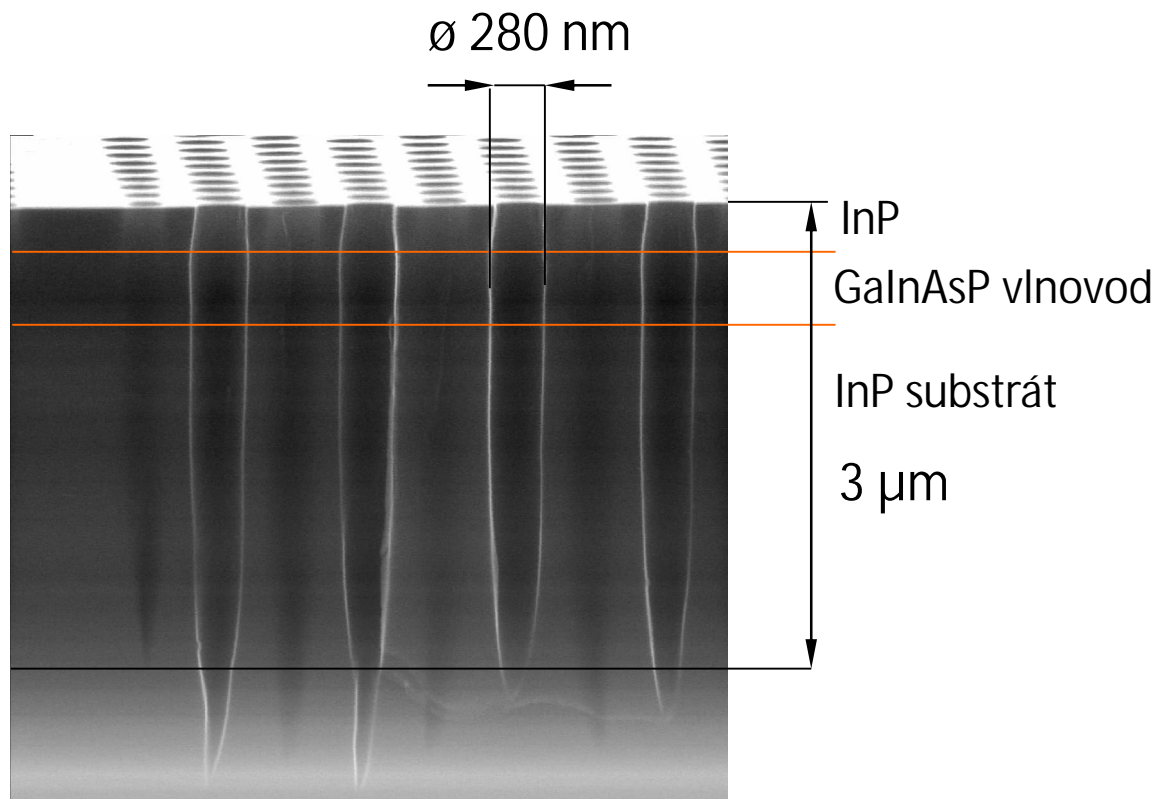


- ztráty vlivem drsnosti povrchu



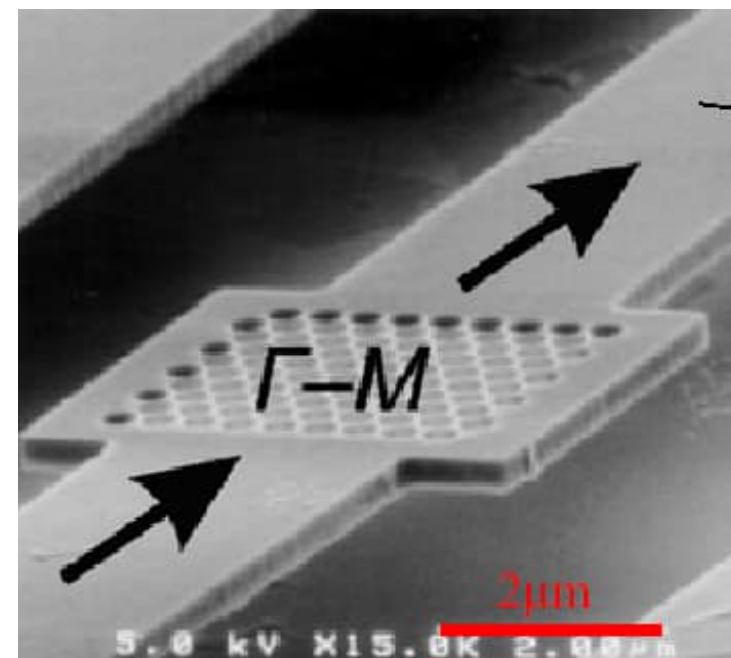
Potlačení ztrát vyzařováním do substrátu

1. Leptání hlubokých otvorů: záření „nevnímá“ substrát (kromě vlnovodu)



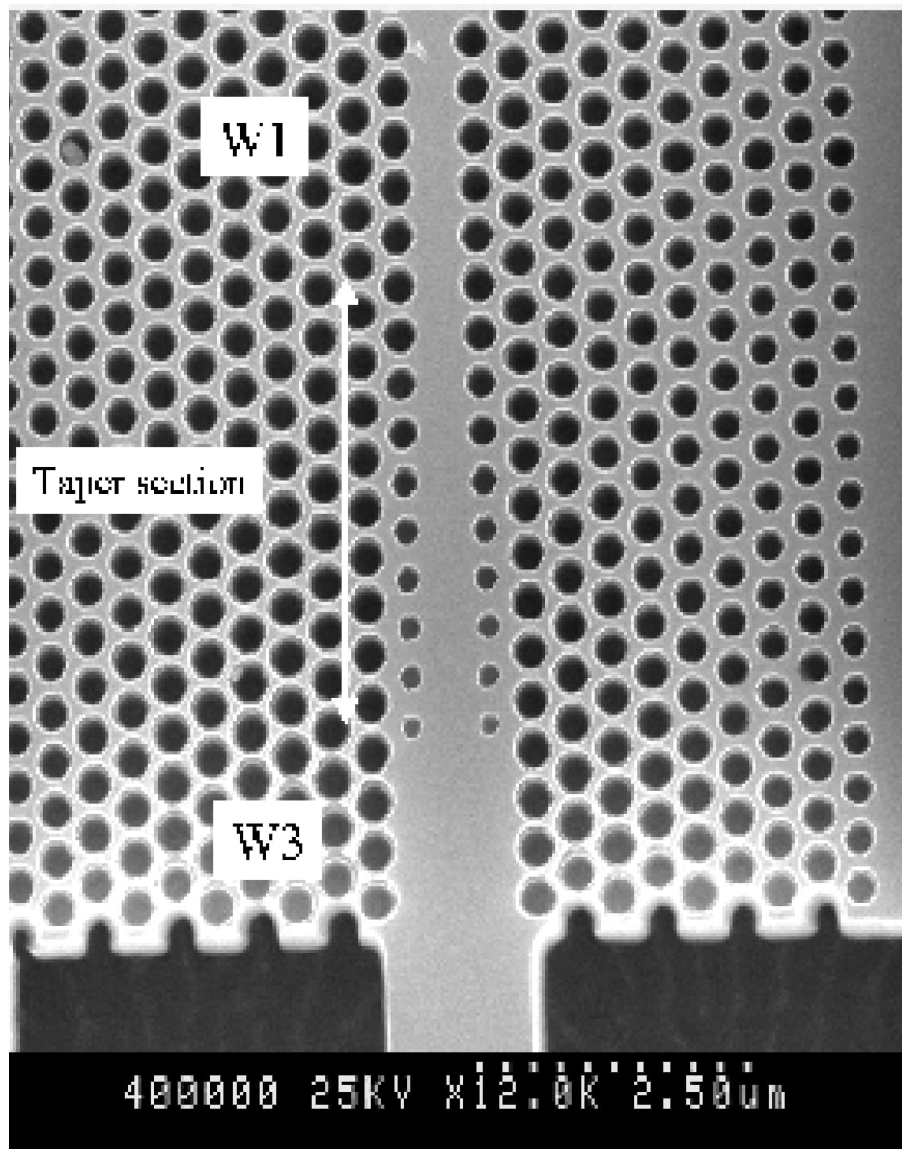
2. Úplné odstranění substrátu (technologicky náročné)

Membrána s otvory



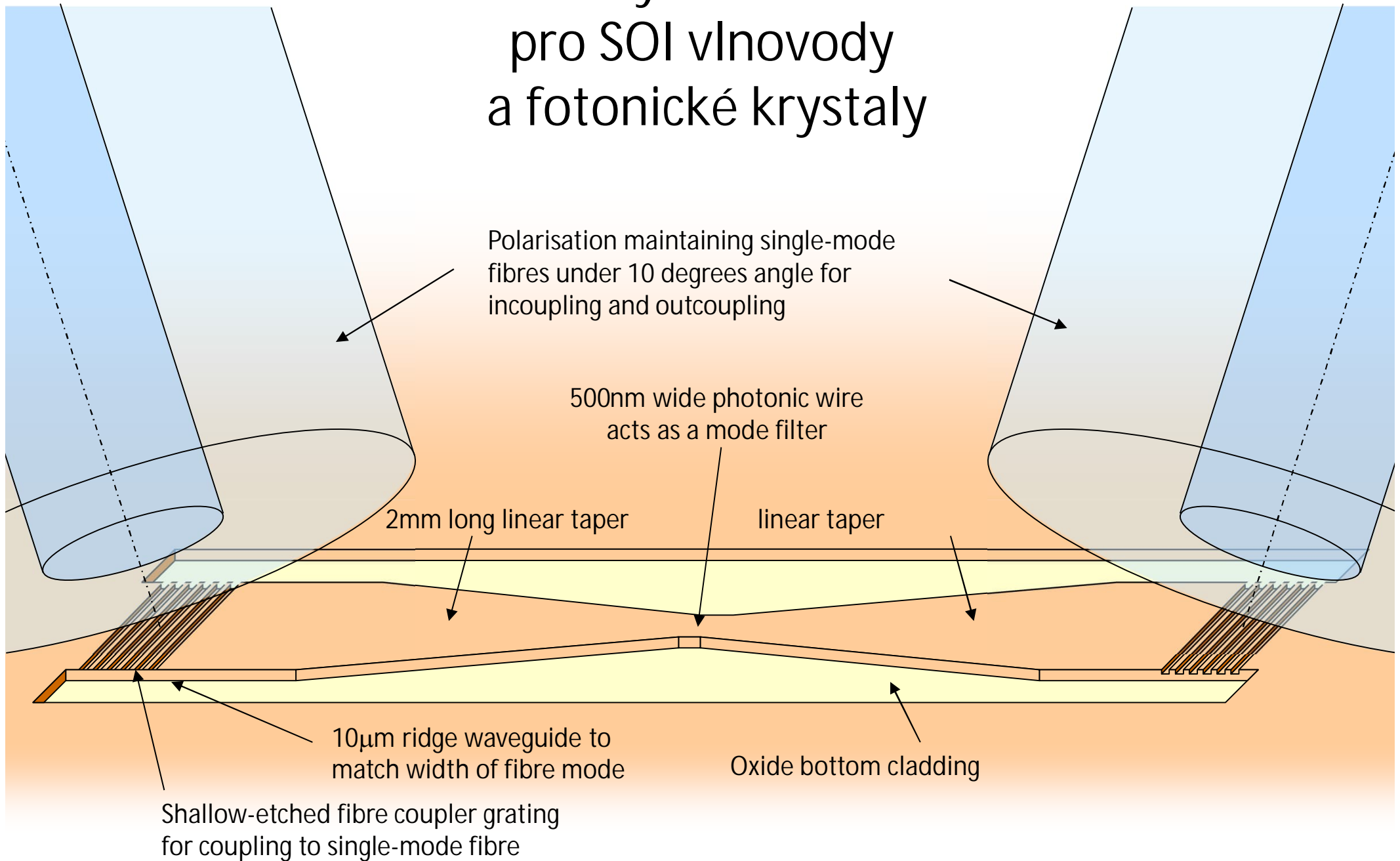
Čelní vazba s vlnovodem ve fotonickém krystalu

CNRS – LPN, Anne Talneau, Ph. Lalanne



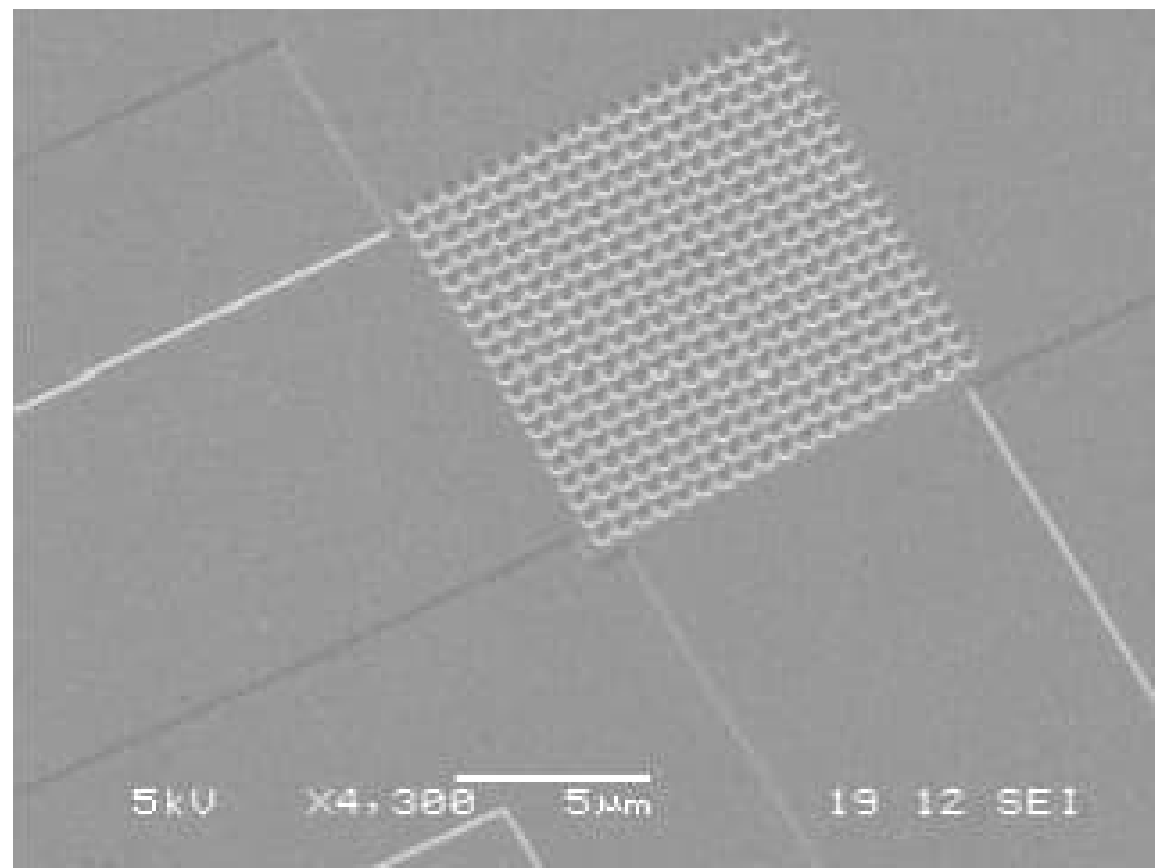
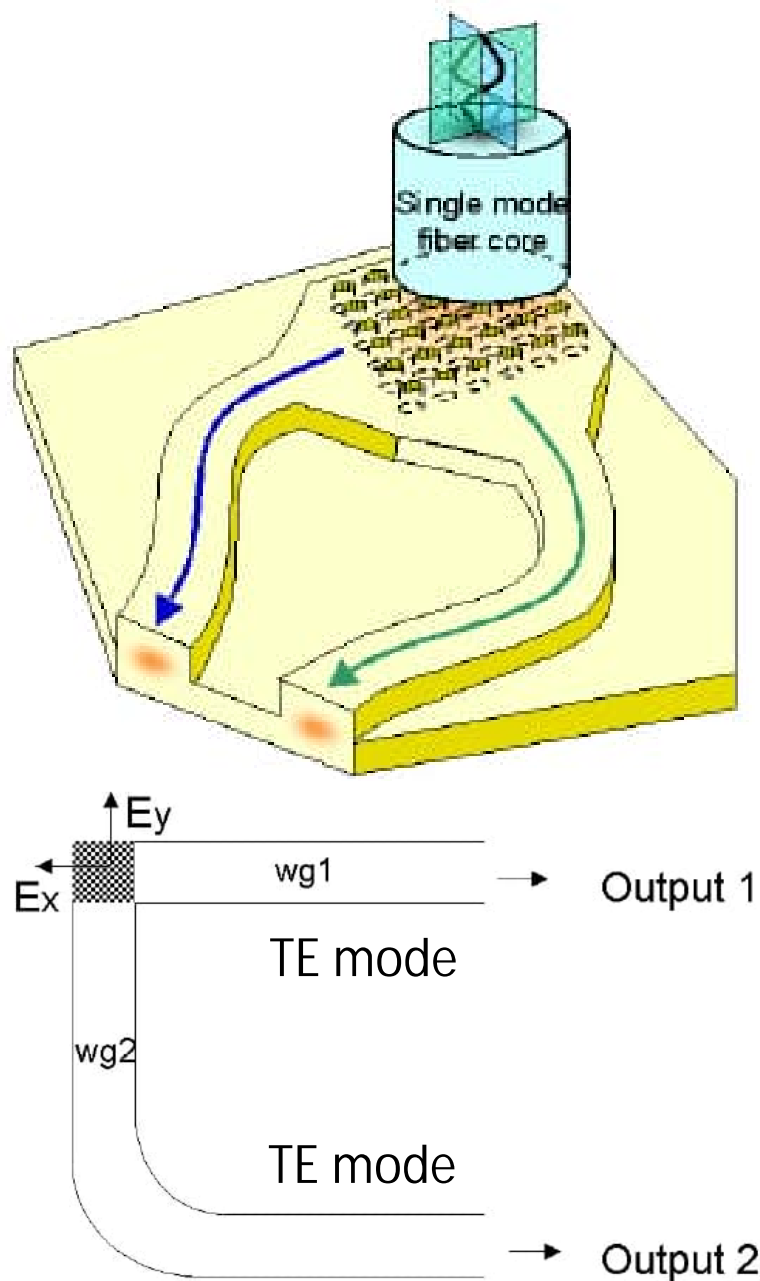
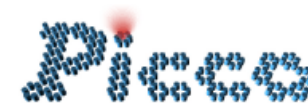
CNRS French patent
(2001)

Mřížkový vazební člen pro SOI vlnovody a fotonické krystaly



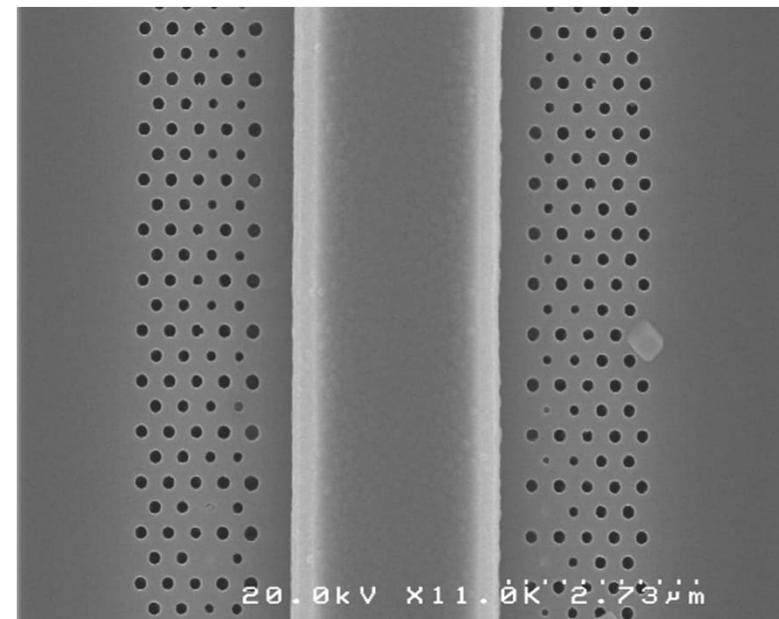
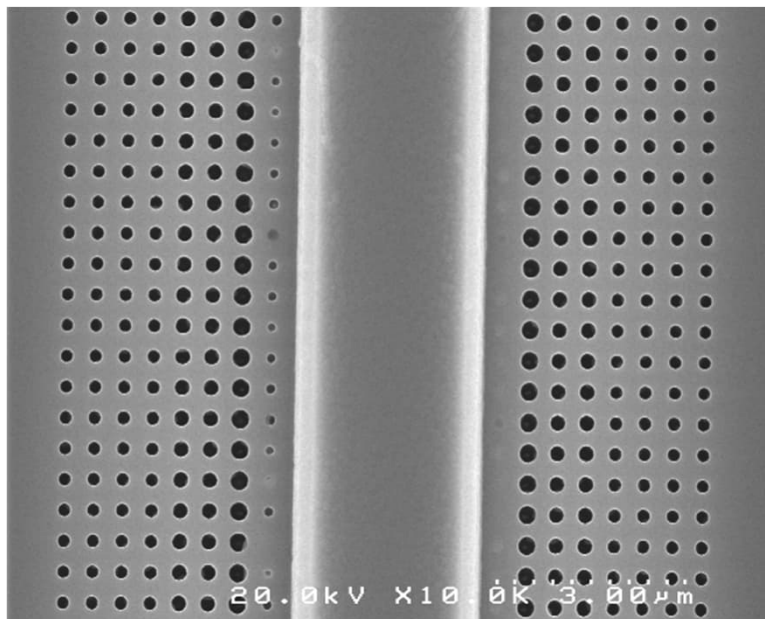
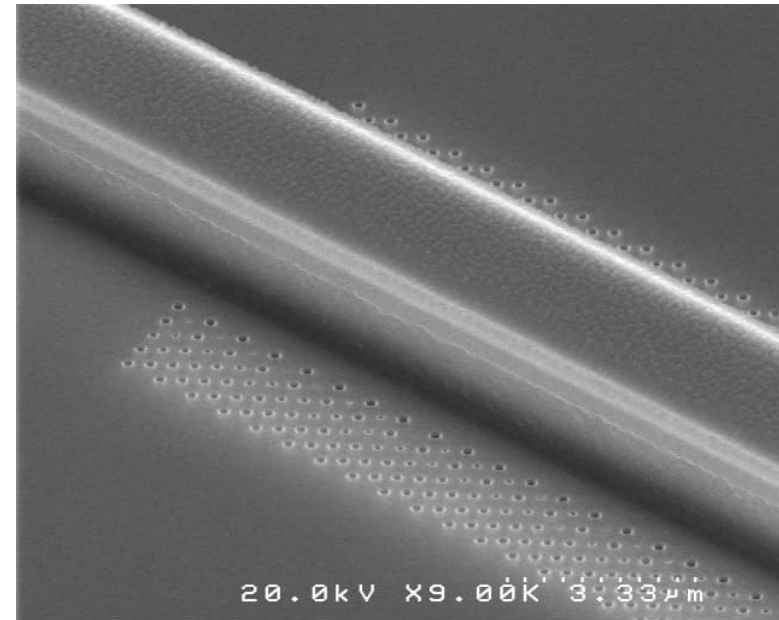
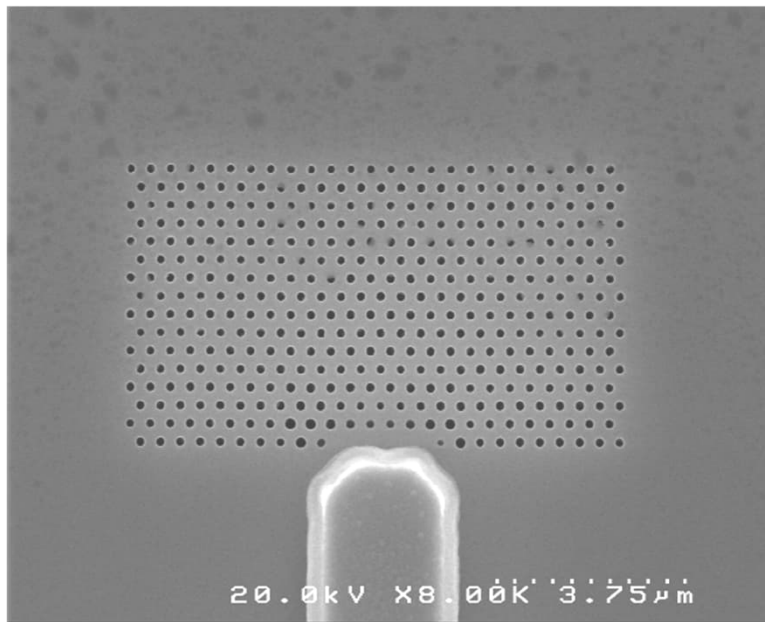
Vlnodné aplikace: polarizačně nezávislý mřížkový vazební člen

Ghent University,



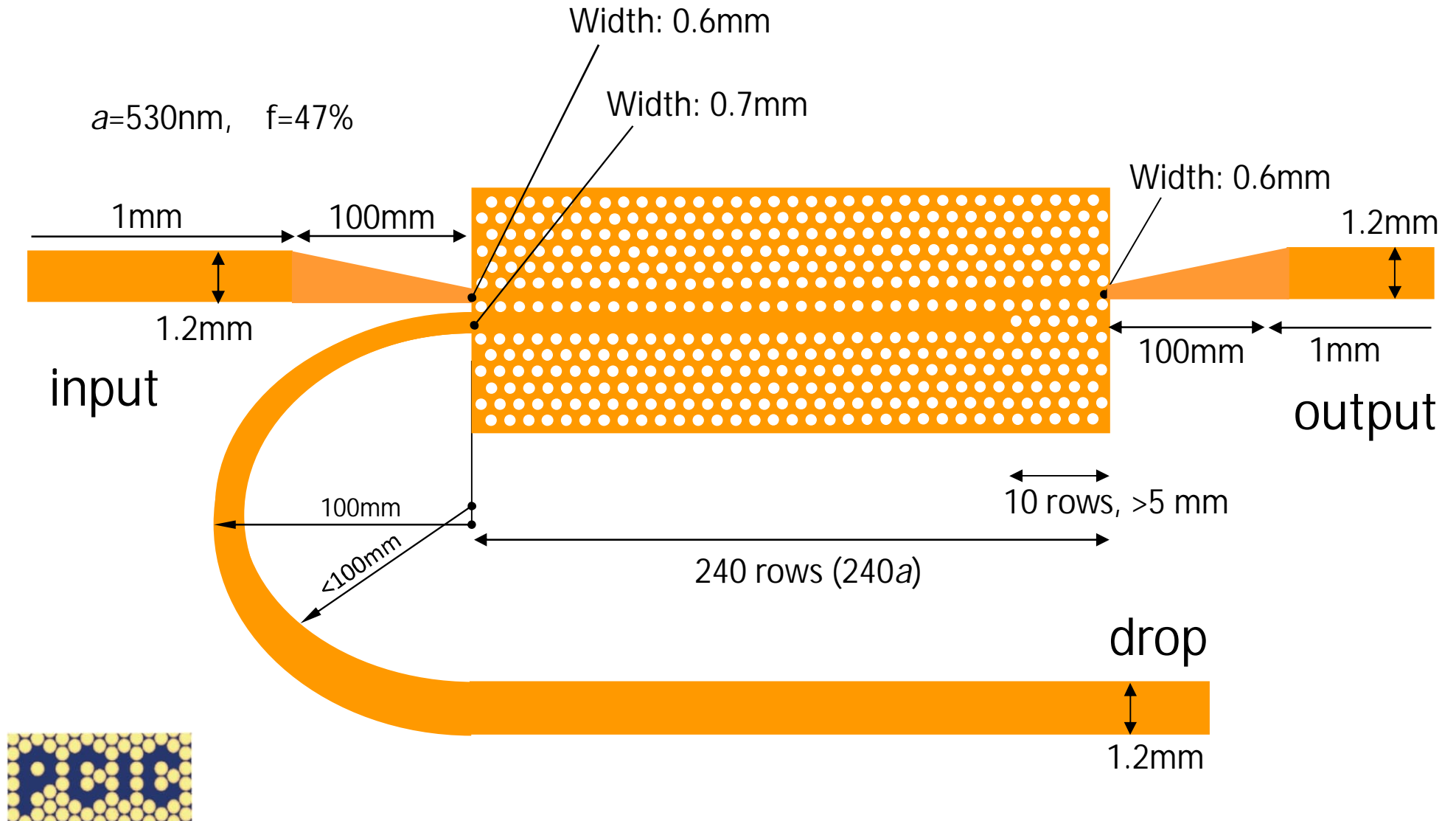
2D fotonické krystaly jako zrcadla polovodičových laserů

(Alcatel, 2002-3)

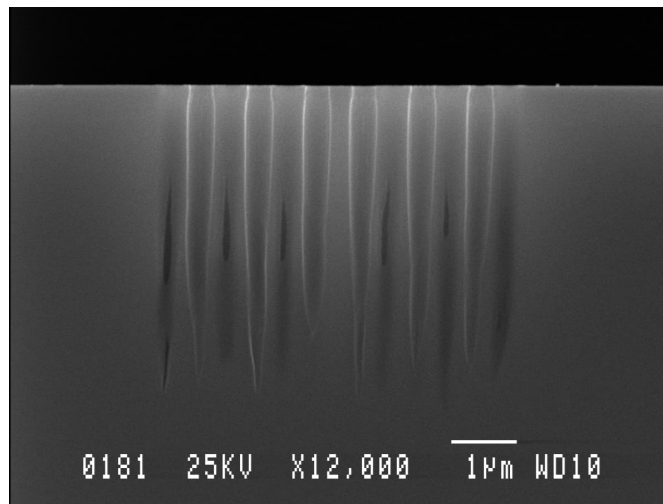
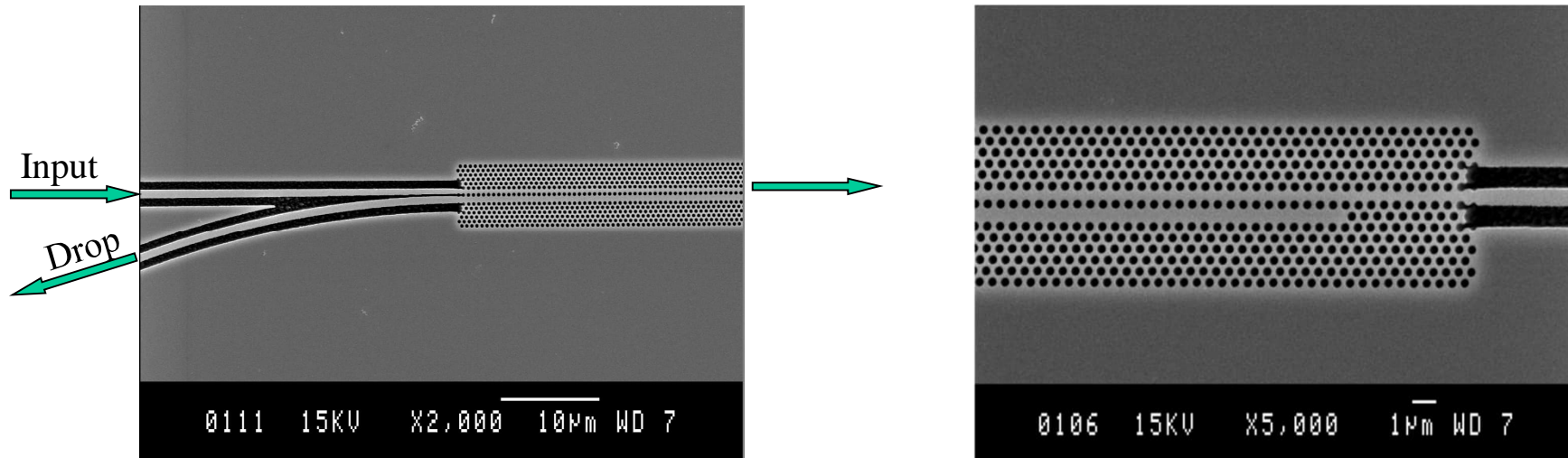


PC Add-Drop Layout

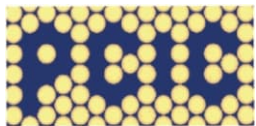
KTH Stockholm, Min Qiu



Fabrication and Characterisation



Etch depth: 4.8 mm

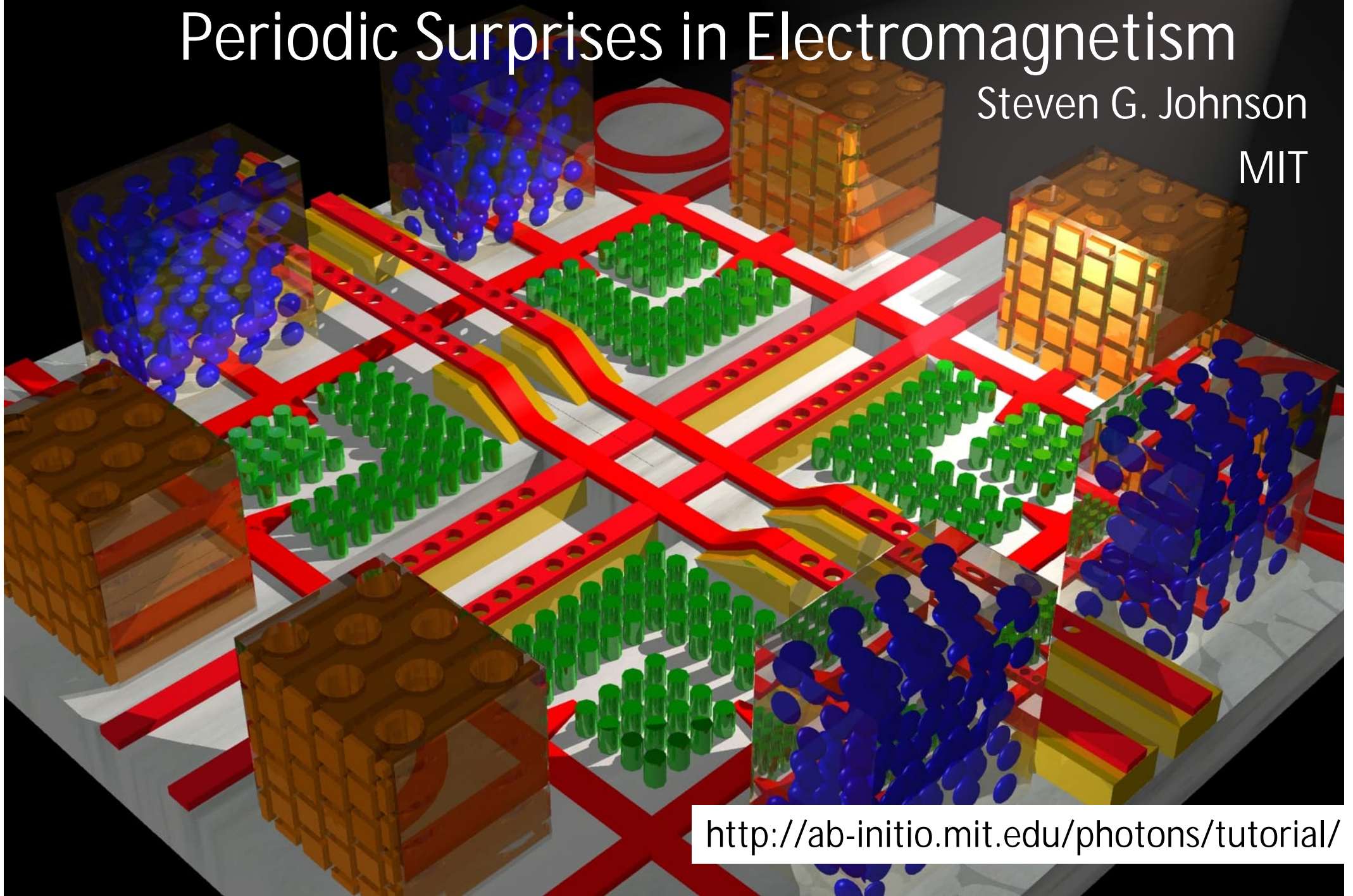


Photonic Crystals:

Periodic Surprises in Electromagnetism

Steven G. Johnson

MIT



<http://ab-initio.mit.edu/photons/tutorial/>